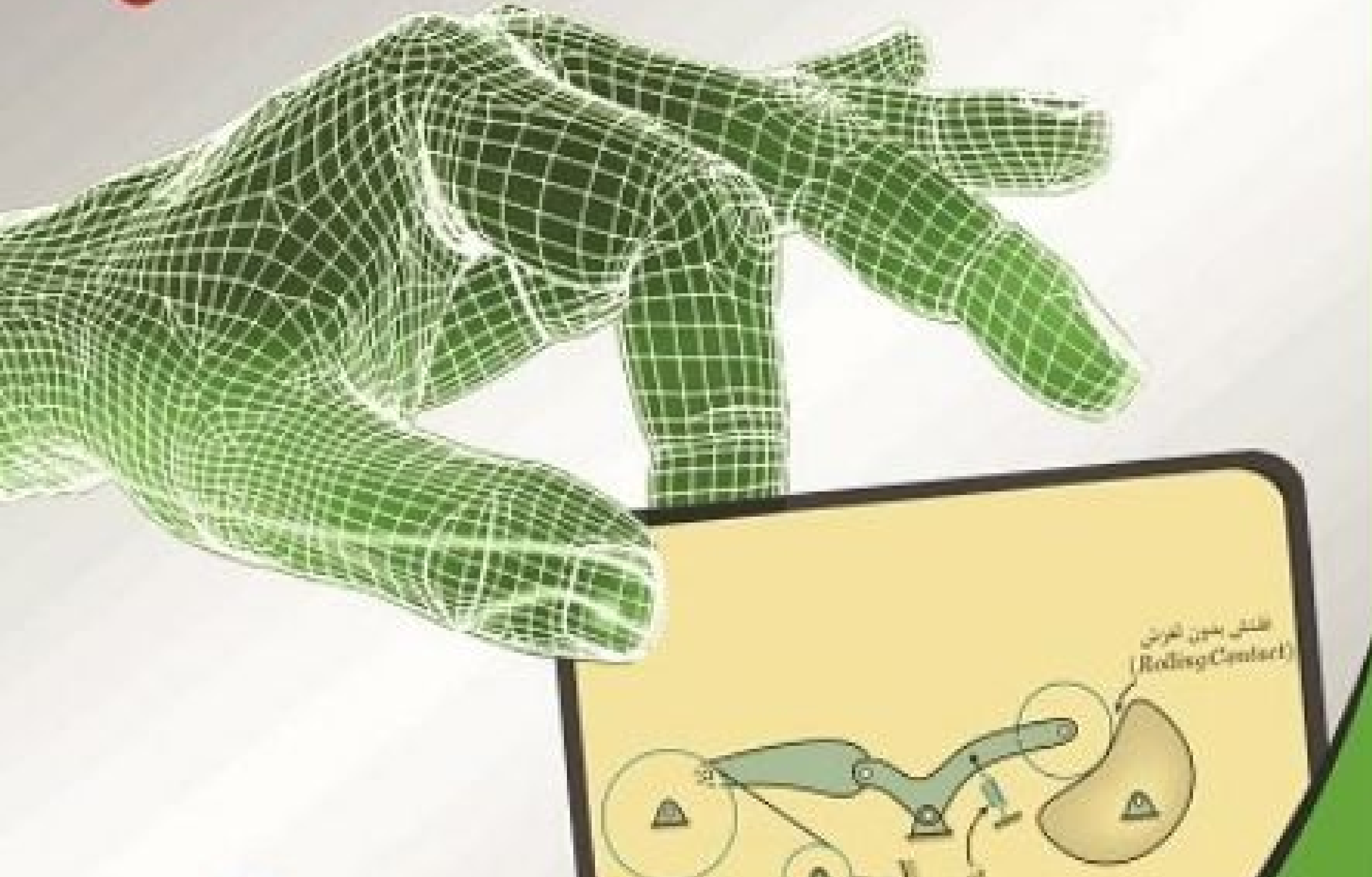
چاپ جدید

جزوه

دینامیک ماشین



مولف:
دکتر جهانبخش حامدی
عضو هیئت علمی دانشگاه آزاد اسلامی
واحد تهران مرکزی

1393

دینامیک ماشین

مولف: دکتر جهانبخش حامدی

Subject (۱)
Date

«به نام خدا»

دینامیک ماشین

سرفصل ها:

۱- کلیات
- مکانیزم معکوس
- مکانیزم معادل

۲- درجه آزادی مکانیزم صفحه ای
- روش تئوری (گراتزباخ)
- روش تجربی

* مرکز آنی سرعت

۳- تحلیل سینماتیکی مکانیزم های صفحه ای (مهم)
- تحلیل سرعت
  - مؤلفه تصویر سرعت
  - روش اختلاف سرعت (سرعت نسبی)
- تحلیل شتاب
  - مؤلفه تصویر شتاب
  - اختلاف شتاب

۴- بادامک ها

۵- چرخ های طیار (فلایویل)
- دستگاه های برش (پانچ)
- موتورهای احتراق داخلی

۶- مجموعه چرخ دنده ها (Gear Train) (مهم) دیفرانسیل
- عادی
  - عادی
  - مرکب
- سیاره ای (خورشیدی) ← مهم
  - روش جدولی
  - تئوری (فرمول ها) (تحلیلی)

۷- تحلیل سینتیکی مکانیزم صفحه ای

۸- توازن سیستم های دوار

۹- توازن سیستم های رفت و برگشتی
- تک سیلندر
- چند سیلندر

۱۰- اثرات ژیروسکوپی

فصل	۸۵	۸۶	۸۷	۸۸	۸۹	۹۰	۹۱	۹۲	۹۳
۱	—	۱	—	—	—	—	—	—	۱
۲	—	۲	—	۱	—	۱	—	—	—
۳	۳	۱	۲	۳	۴	۴	۴	۳	۲
۴	—	—	۱	—	—	—	—	۱	—
۵	—	—	—	—	—	—	—	—	—
۶	۱	۱	۱	۱	۱	—	۱	—	۱
۷	۱	—	—	—	—	—	—	۱	۱
۸	—	—	—	—	—	—	—	—	—
۹	—	—	—	—	—	—	—	—	—
۱۰	—	—	۱	—	—	—	—	—	—

Subject
Date

فصل ۱) کلیات :

دینامیک ماشین : سینماتیک و سینتیک ماشین

سینماتیک : بررسی حرکت بدون در نظر گرفتن عوامل آن (حرکت و جابه‌جایی - سرعت - شتاب)

سینتیک : بررسی حرکت با در نظر گرفتن عوامل آن | قانون دوم نیوتن / اصل دالامبر

ماشین و مکانیزم :

مجموعه‌ای متشکل از اجزا و مفاصل مکانیکی صلب — **صلب :** قطعه‌ای بدون تغییر شکل (فاصله هر دو نقطه ثابت)

لینک : link

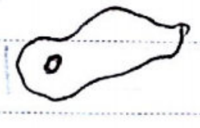
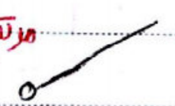
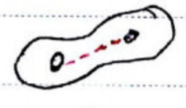
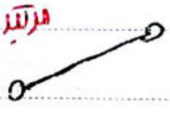
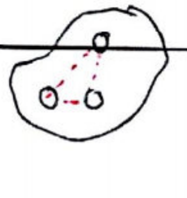
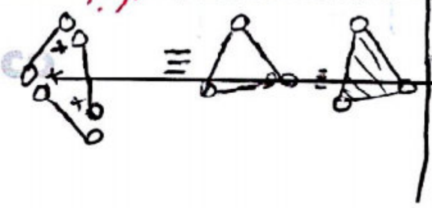
ماشین وسیله‌ای است که هدف در آن کار انجام شده باشد. مکانیزم : وسیله‌ای که در آن هدف ایجاد حرکت باشد

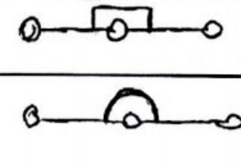
✓ ماشین ≡ مکانیزم

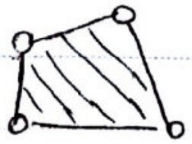
مهم * اجزاء تشکیل دهنده مکانیزم : * اعضا (صلب) link (لینک) * مفاصل (Pairs)

برای تشکیل مفصل حداقل دو عضو نیاز است

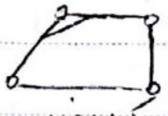
انواع اعضا : اعضا (لینک ها) از دیدگاه تعداد محل های اتصال به اعضای مجاورشان تقسیم بندی می شوند

نام عضو	نمایش عادی	نمایش سینماتیکی
منفرد Singular یک محل اتصال دارد		مرتبه ۱ 
لینک دوبل یا دوگانه دو محل اتصال دارد Double link		مرتبه ۲ 
لینک سه‌گانه Ternary link		مرتبه ۳ 

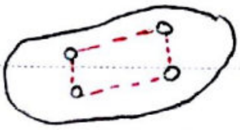




یک عضو

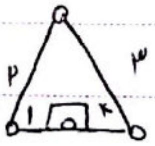


یک عضو مرتبه ۴

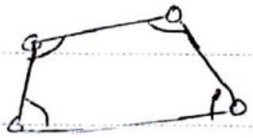


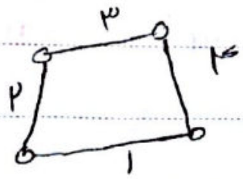
یک چهارپانه مرتبه ۴

حتماً باید هاشور زده شود (در خود بسته)



⇐ یک عضو چهارپانه





→ ۴ عضو دوپانه

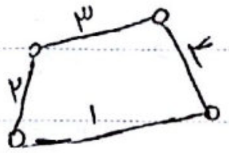
وقتی عضوها ثابت به هم حالت نداشته باشند یک عضو می شوند و مرتبه برابر با تعداد مفصل هاست

به تعداد محل های اتصال عضو با اعضای مجاور، مرتبه عضو گفته می شود

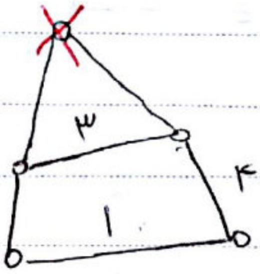
مرتبه ی یک عضو در حالت آزاد بدون اتصال به اعضای مجاور و در حالت اتصال به اعضای مجاور می تواند متفاوت باشد.

اولویت ۱

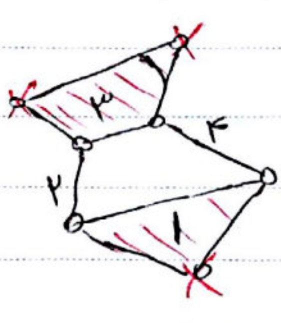
مثال)



۴ عضو دوبل (دوپانه)



۴ عضو دوبل



۴ عضو دوبل

۲- مفاصل: محل اتصال دو عضو مفصل نامیده می شود

مفاصل از نقطه نظر تعداد حرکت های نسبی بین دو عضو (در صفحه) به دو دسته تقسیم می شوند

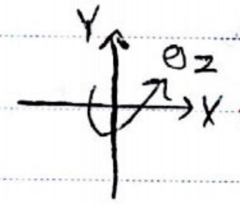
Subject
Date

— حرکت نسبی: یک عضو را ثابت نگه داشته و می‌بینیم عضو دیگر چه حرکت هایی می‌تواند انجام دهد.

یک حرکت نسبی بین دو عضو ↑ ۱. مفاصل مرتبه پایین

دو درجه حرکت نسبی بین دو عضو ↑ ۲. مفاصل مرتبه بالا

سه حرکت نسبی در صفحه



θ_z: حرکت دورانی حول محور z

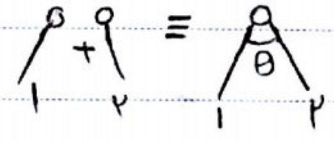
x و y: حرکت انتقالی

انواع مفاصل مرتبه پایین:

مفاصلی که فقط یک حرکت نسبی بین دو عضو در محل مفصل امکان پذیر است.

المان (مرتبه درجات آزادی)

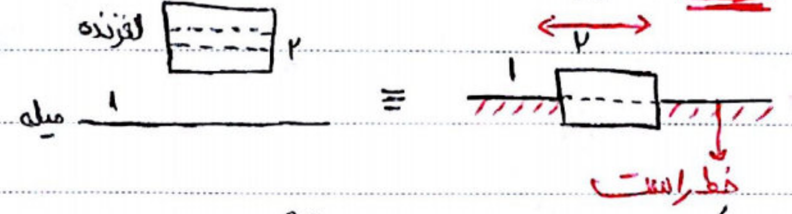
۱. مفصل لولا (Revolute) (R)



تنها حرکت نسبی بین دو عضو زاویه θ است و X و Y به وجود نمی‌آید.

۲. مفصل خطی یا کشویی یا پریسماتیک (P)

تنها حرکت نسبی بین دو عضو X یا Y در راستای خط راست (مستقیم) است

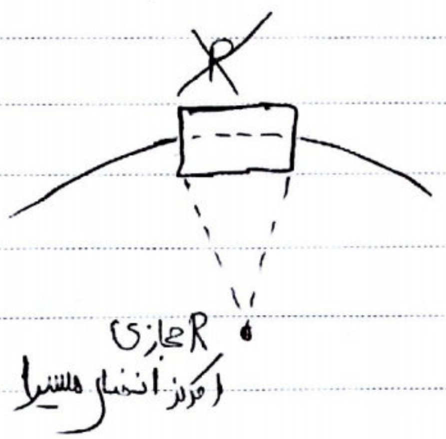


عضو یک را ثابت کرده و بررسی می‌کنیم عضو ۲ نسبت به آن چه حرکتی دارد

عضو ۲ فقط می‌تواند خطی و روی خط راست حرکت کند و نمی‌تواند θ_z داشته باشد زیرا دیگر در صفحه نیست و در فضا است

نکته: برای حرکت لغزنده در مسیر انحنایی، مفصل در مرکز انحنا مسیر است و به آن لولای مجازی گفته

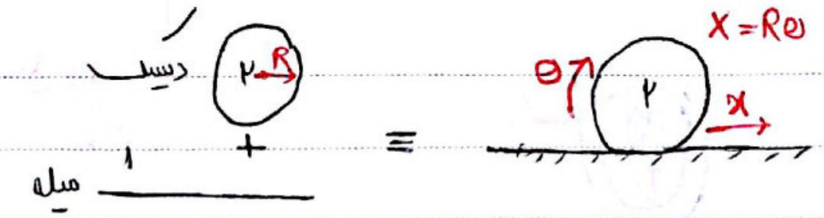
می‌شود و با R نمایش داده می‌شود:



P4PCO

Force closed

۴- غلتش بدون لغزش



Rolling Contact

(no sliding) غلتش بدون لغزش

غلتش خالص

$X = R\theta$

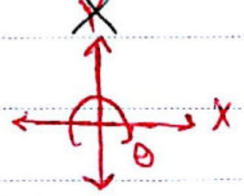
چون بین X و θ رابطه است پس فقط یک حرکت نسبی بین دو عضو وجود دارد.

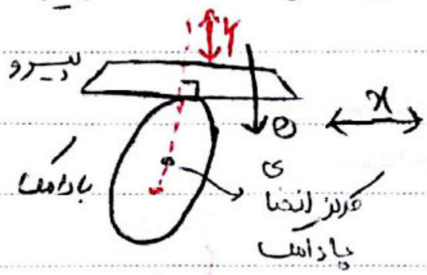
لولای مجازی لحظه‌ای

اجازه‌ی حرکت y را نداریم ← اگر به سمت y حرکت دهیم مفصل جدا می‌شود.

انواع مفاصل مرتبه بالا:

مفاصلی که دو حرکت نسبی را بین دو عضو در محل مفصل در صفحه امکان‌پذیر می‌کند (سه حرکت دیگر مفصل ثابت و آزاداند)





۱- بادامک‌ها: بادامک ورودی، پیرو خروجی

امکان حرکت y وجود ندارد چون مفصل منفصل می‌شود.

$y = 0$

۲- رولر برینگ‌ها، بلبرینگ‌ها

$X \neq f(\theta)$

اگر سر بخورد دیگر x و θ به یکدیگر وابسته نیستند

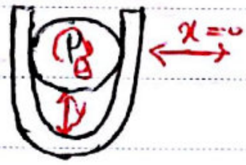
اگر لغزش داشته باشیم ← در راستای x حرکت داریم

اگر غلتش داشته باشیم ← در راستای θ حرکت داریم.

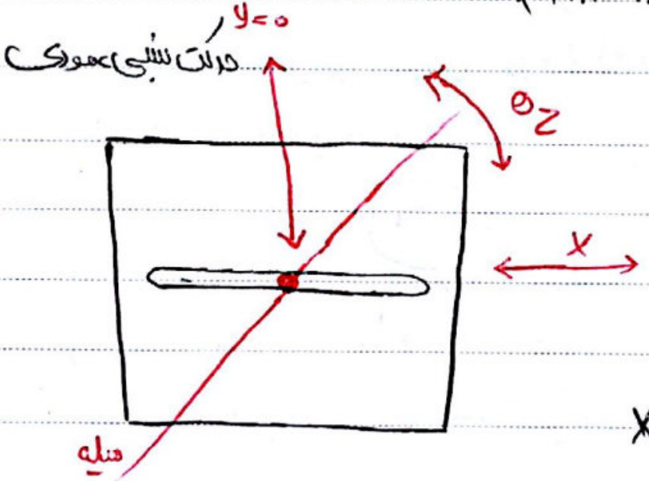
لغزش + غلتش ← مرتبه بالا

PAPCO

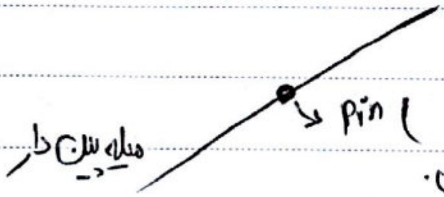
۳- مفصل [illegible]:
چنگالی



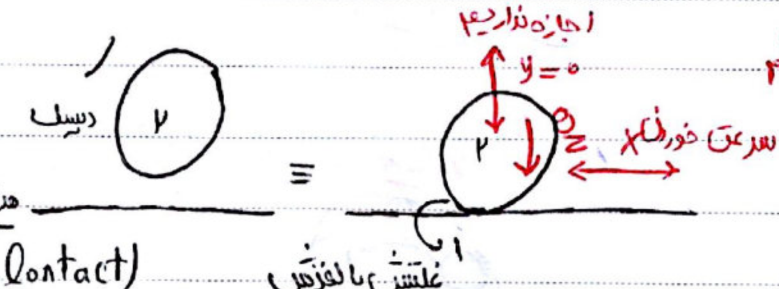
۴- مفصل پین در شیار: ، Pin in slot



$X + \theta_Z \Rightarrow$ مفصل مرتبه بالا در صفحه
$Y = 0$



۵- لغزش + غلتش توأم تماس

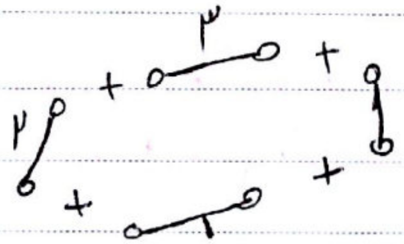


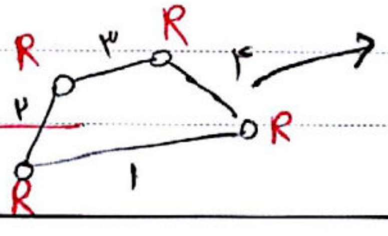
مفصل مرتبه بالا

(slipping Contact) غلتش با لغزش

$x \neq r\theta$

زنجیره سینماتیکی: مجموعه است متصل به هم قابل حرکت متشکل از تعداد عضو و مفصل
(متصل به هم توسط تعدادی



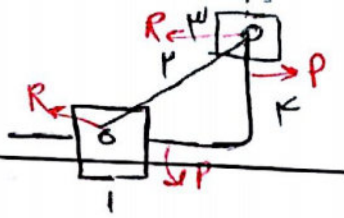


زنجیره بسته ← زنجیره ۴ میله‌ای

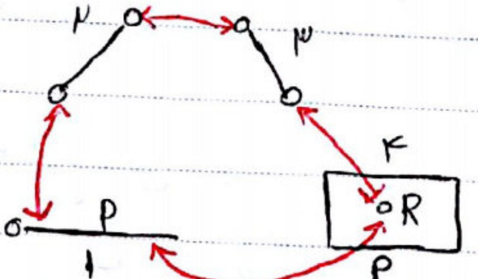
Four-bar chain

4R - chain

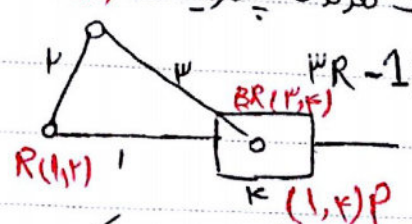
۴ مفصل R



2R- ۲P chain



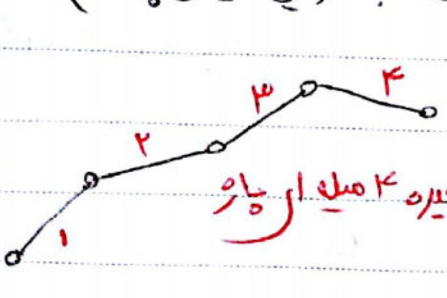
زنجیره لنگ لغزنده چهارمیله



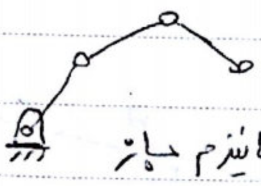
زنجیره مجموعه‌ای است که عضو ثابت (فیکس ندارد) در عمل قابل استفاده نیست

برای قابل استفاده شدن زنجیره بایستی یک عضو از آن زنجیره فیکس (ثابت شود) که به آن عضو اصطلاحاً عضو زمین، قاب، بدنه یا فریم گفته می‌شود (Frame link, Ground link, Fixed link) که به مجموعه ایجاد شده مکانیزم گفته می‌شود.

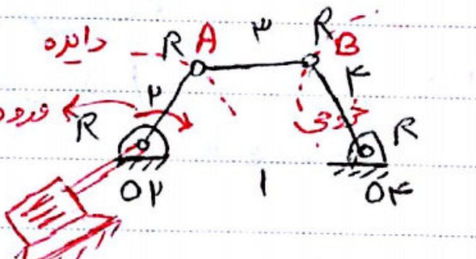
مکانیزم: مکانیزم زنجیره‌ای است که یکی از اعضایش ثابت (فیکس باشد)



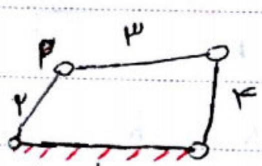
≡



مکانیزم چهارمیله‌ای:



≡



4-bar Mech
4-R Mech

مکانیزم بسته است زیرا از زنجیره‌ی بسته به وجود آمده است.

O۲, O۴ ← مفاصل ثابت

A, B ← مفاصل متحرک

۲: ورودی: عضوی که انرژی را از منبع انرژی خارجی دریافت می‌کند

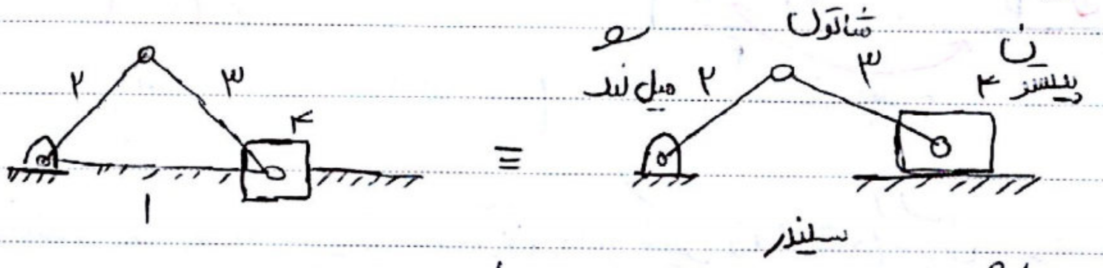
۴: خروجی: عضوی که حرکت مورد نظر را ایجاد می‌کند

معمولاً عضوهای متصل به زمین ورودی و خروجی هستند

Subject
Date

۳. ارتباط دهنده‌ی ورودی و خروجی است کاپلر (Coupler) Connecting Rod

عضو ۳ تنوع حرکتی داره



slider_ crank mech

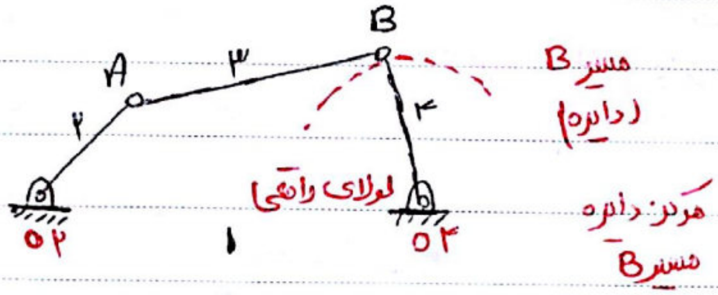
مکانیزم لنگ _ لغزنده

۳۶۰° چرخش ← میل لنگ دار

تعداد اعضای مکانیزم = تعداد اعضای زنجیره آن

۲و۴ ← ورودی و خروجی

۳ ← Coupler (رابط)



$\overline{O_2A}$ = طول لینک ۲

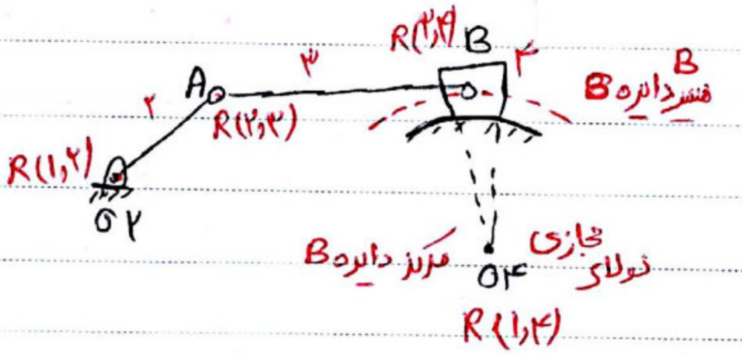
AB = طول لینک ۳

O۴B = طول لینک ۴

$\overline{O_2O_4}$ = طول لینک ۱

4R_mech

4R_Mech



4R_mech

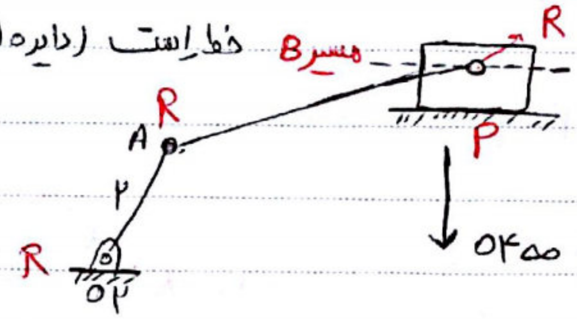
Subject (۵)
Date

اضافه کردن طول لینک ۴ ⇐ اضافه شدن لینک ۱

خط است (دایره ای به شعاع بی نهایت) مسیر B

طول لینک ۴ = ∞

طول لینک ۱ = ∞

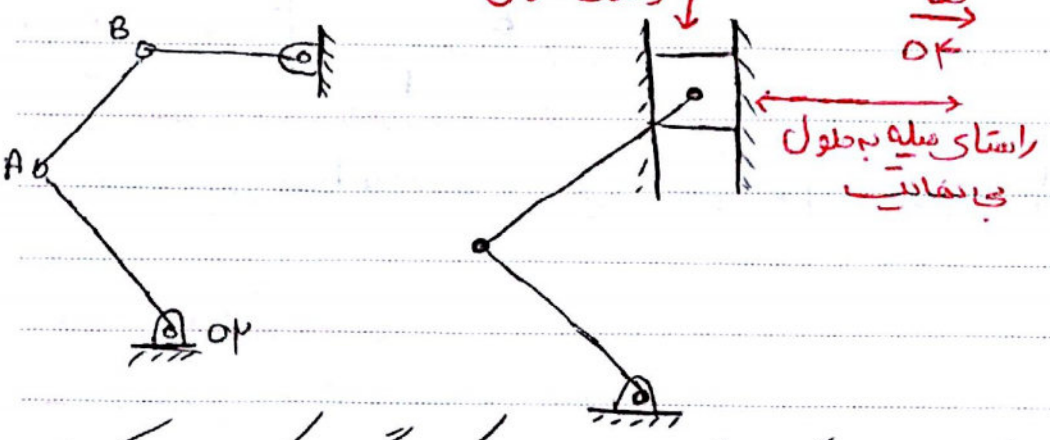


مکانیزم لنگ - لغزنده | فقط اعضای ۲ و ۳ طول دارند

3R - 1P

P ≡ لولای بی نهایت

لغزنده عبارت است از میله ای به طول بی نهایت که در راستای عمود بر طول بی نهایت



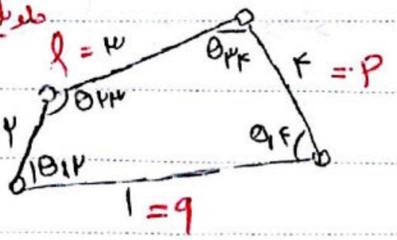
لغزش می کند

مکانیزم های معکوس: مکانیزم های معکوس مکانیزم هایی هستند که همگی از یک زنجیره یکسان به وجود آیند که هر بار با فیکس کردن یک عضو به وجود

طولانی ترین عضو

۲ = s کوتاه ترین عضو

محاالیند.



زنجیره ۴ میله ای

اصل گراشف (Grashof)

$$L + S \leq P + Q$$

$\theta_{12}, \theta_{23} = 360 \longrightarrow$ زوایای مجاور S

$\theta_{34}, \theta_{14} < 360$

PAPCO

اگر دو ملف ۳۶۰ درجه باشد، ۳۶۰ درجه می چرخد

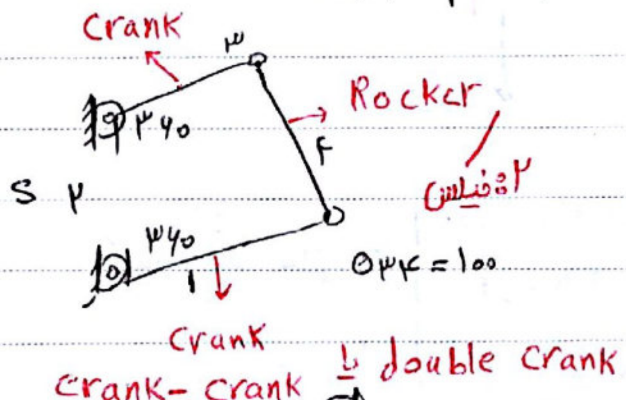
هر زاویه که نسبت به زمین بچرخد کامل است

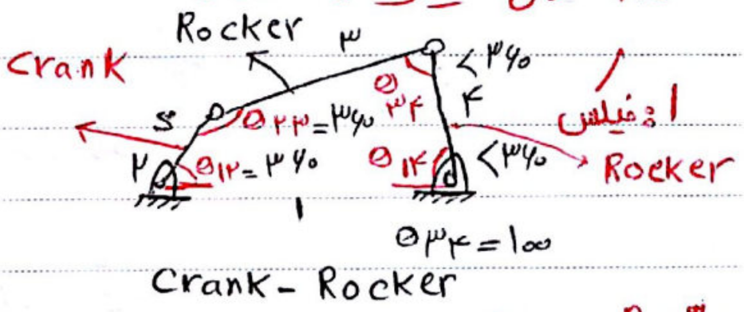
مکانیزم های معکوس گراشف مکانیزم هایی هستند که اصل گراشف در زنجیره آن صادق می کند

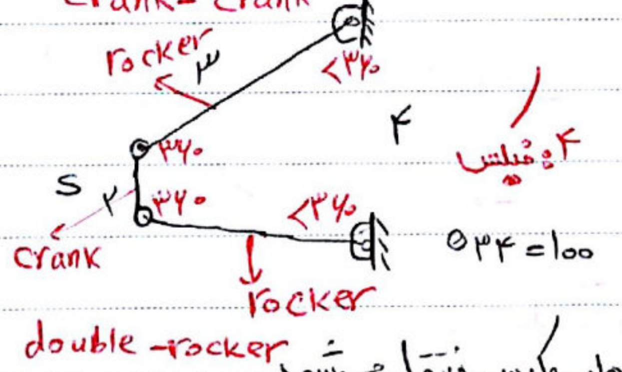
به مکانیزم ۳ آونگ ۳ باشد

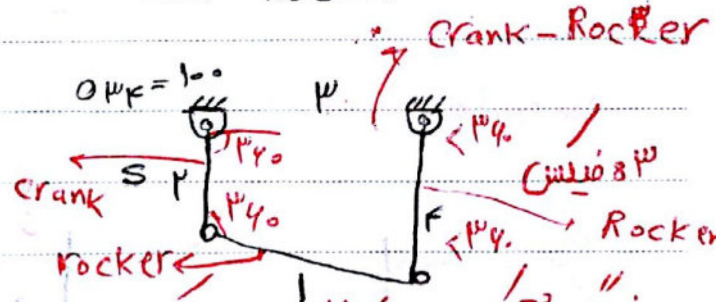
$L+S>P+q \rightarrow \theta$ ها <360 زنجیره غیر گراشف $\rightarrow$ Triple-rocker

مکانیزم معکوس ۴ میله ای گراشف:









ویژگی مشترک تمام مکانیزم های معکوس:

- زوایای نسبی θ ها بدون تغییر از زنجیره به تمام مکانیزم های معکوس منتقل می شود

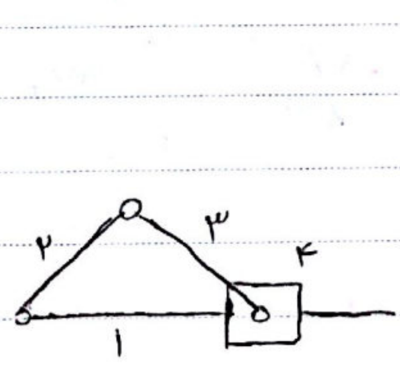
تفاوت مکانیزم های معکوس

- در نحوه ی حرکت اعضای مختلف مکانیزم ها

لنگ = Crank: عضوی با چرخش ۳۶۰° نسبت به زمین ۳۶۰ درجه می چرخد

آونگ = Rocker: عضوی با چرخش کمتر از ۳۶۰°

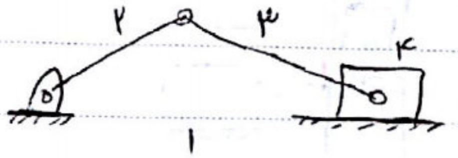
مکانیزم های معکوس لنگ لغزنده:



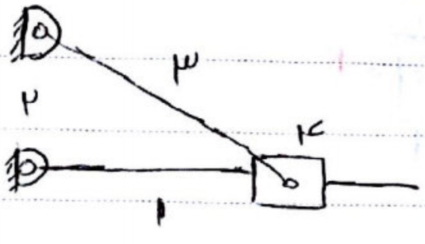
PAPCO

۱: فیلس

مکانیزم لنگ لغزنده (موتور اتومبیل)



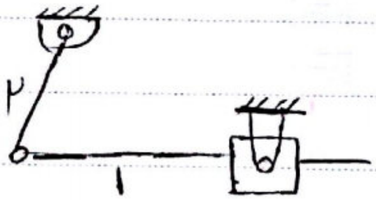
۲: فیلس



۱و۴
جک هیدرولیک

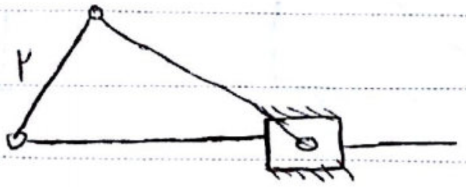
مکانیزم لنگ و لغزنده معکوس
موتورهای شعاعی هواپیما

۳: فیلس

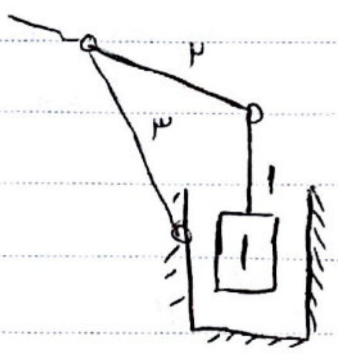


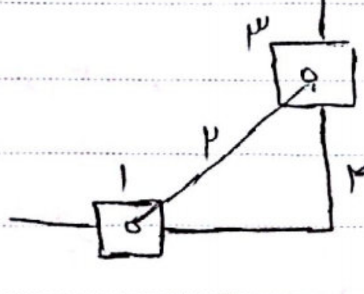
مکانیزم لنگ و لغزنده معکوس
ارهٔ برقی مکانیکی
برداشت سریع

۴: فیلس



مکانیزم پمپ دستی



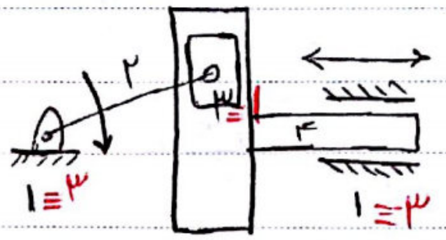


مکانیزم های معکوس 2R-2P

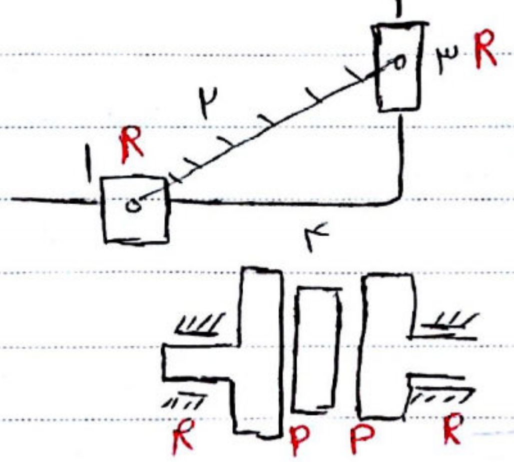
Subject
Date

۱: مثال

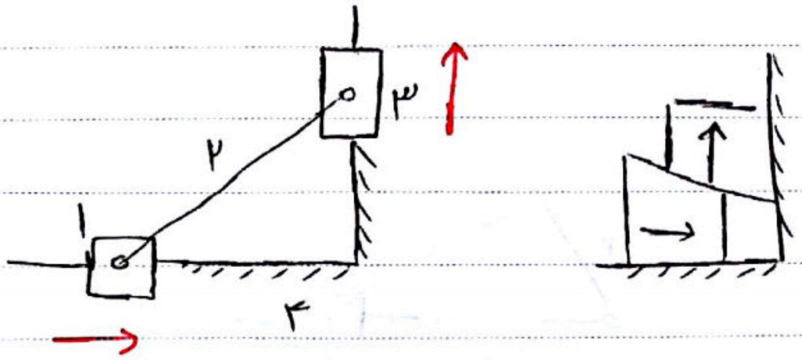
اسکاچ - یوک



۲: مثال
کوپلینگ اُلدهام

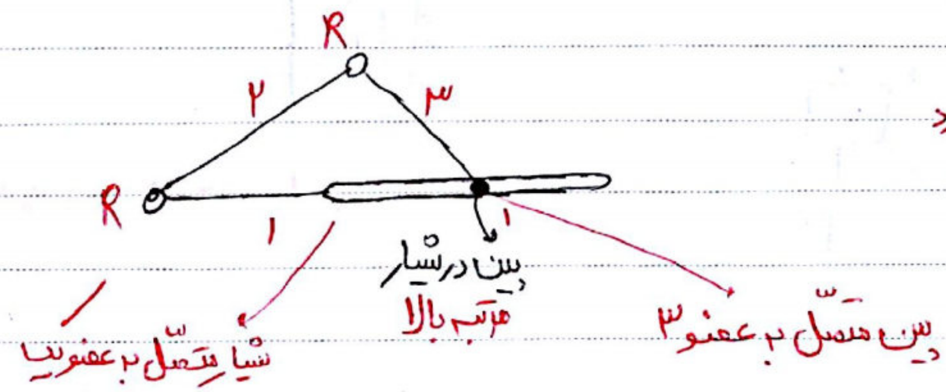


۴: مثال



wedge mech
گوه

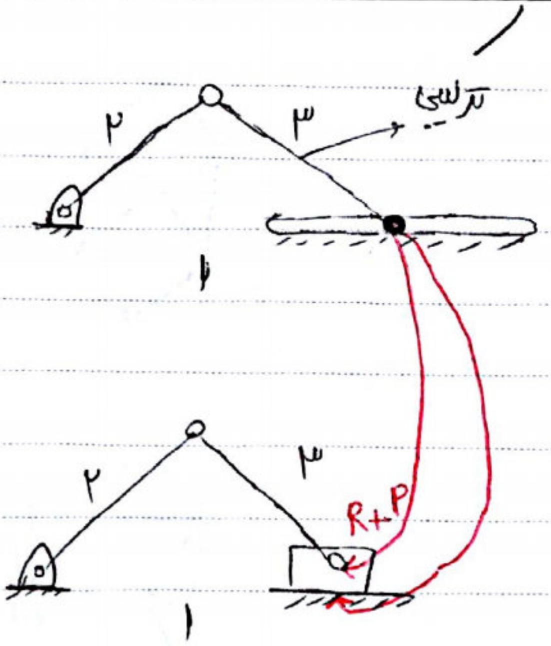
مکانیزم معکوس پین در شیار:



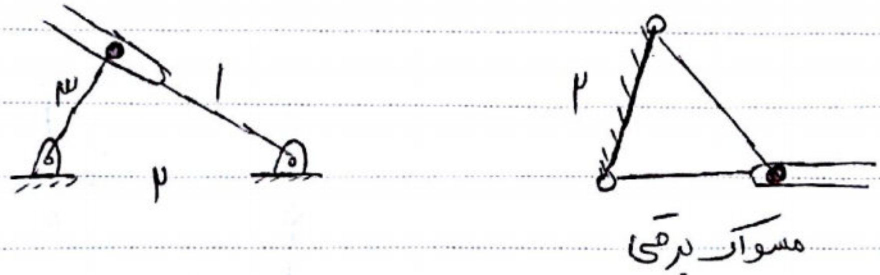
این مکانیزم ۳ عضو دارد
که یک عضو
مرتبه بالا دارد. پس سازه
نیست

P4PCO

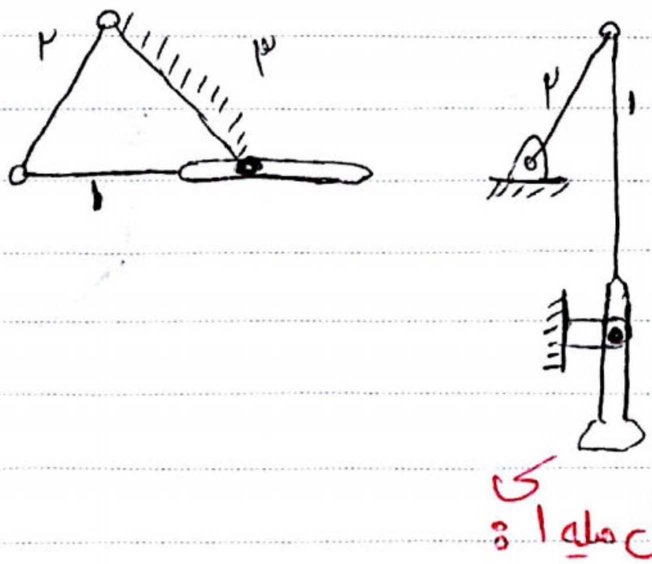
۱: فیکس



۲: فیکس

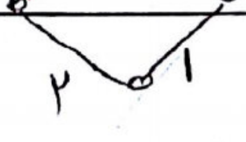


۳: فیکس

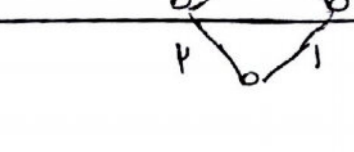


مکانیزم های شش میله ای :

زنجیره استفنسن

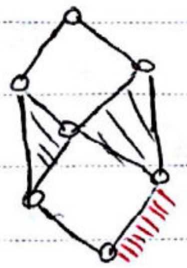


زنجیره وات



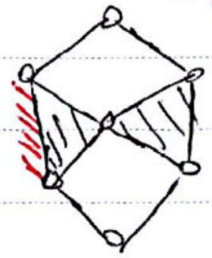
اعضای ۳ تایی مستقیم به هم وصل شده اند

مکانیزم وات I



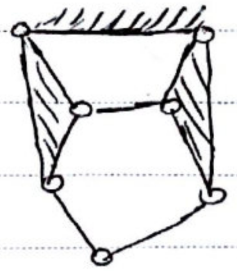
۱، ۲، ۴ یا ۵ فیکس

مکانیزم وات II



۳ یا ۶ فیکس

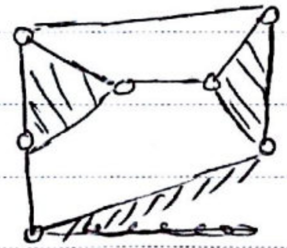
استفن I



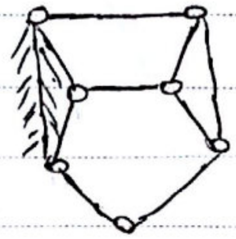
۴ یا ۵ فیکس

استفن II

۱ یا ۲ فیکس



استفن III



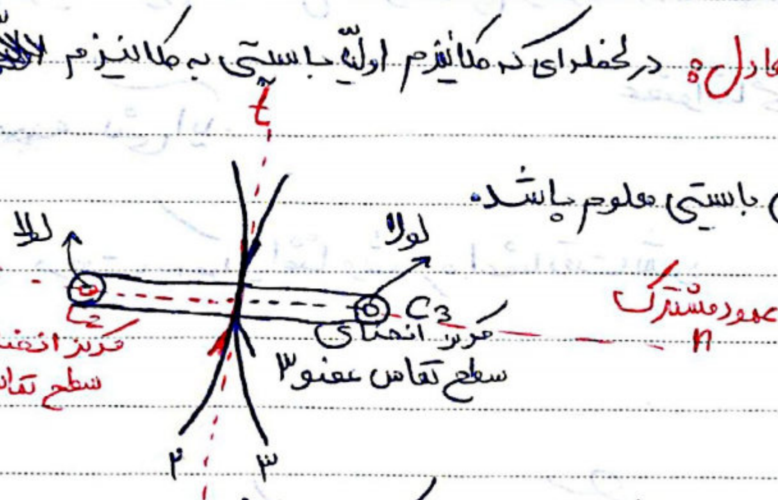
۳ یا ۶ فیکس

مکانیزم معادل: مکانیزم هایی که به طور لحظه ای جایگزین مکانیزم اولیه شده و برای تحلیل سینماتیکی مکانیزم اولیه در همان لحظه مورد استفاده قرار می گیرد را مکانیزم های معادل می نامند.

در مکانیزم های معادل فقط از مفاصل مرتبه پایین استفاده می شود.

پیدا کردن مکانیزم معادل: در مکانیزم اولیه مفصل یا مفاصل مرتبه بالایی وجود دارد. در مکانیزم معادل بایستی به مفاصل مرتبه پایین تبدیل شود. در مواردی که یک عضو غلتک باشد مفصل تماس (roller) می تواند غلتش بدون لغزش باشد.

اصل مورد استفاده در پیدا کردن مکانیزم معادل: در لحظه ای که مکانیزم اولیه بایستی به مکانیزم معادل تبدیل شود مراکز انحنا سطوح تماس بایستی معلوم باشد.



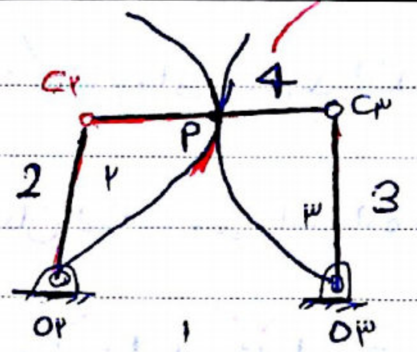
برای تبدیل مفصل مرتبه بالا به مرتبه پایین کافی است مراکز انحنای سطوح تماس را به هم متصل نموده و عضو اتصال را به صورت میله در نظر می گیریم و مراکز انحنا به لولا تبدیل می شود.

حالت های مختلف در پیدا کردن مکانیزم های معادل:

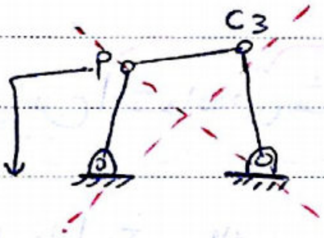
Subject
Date

پیرو انحنائی (Curved face)

الف) در محل تماس دو منحنی در تماس اند.



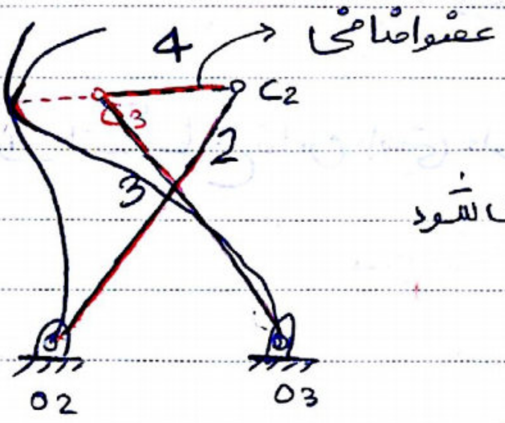
مکانیزم معادل O2C2C3O3



به جای P باید C2 بود

مکانیزم ها با دقت نام گذاری شود یعنی پس از کشیدن مکانیزم معادل با توجه به شماره های قبلی نام گذاری شود.

در اکثر مکانیزم های معادل عضو اضافی وجود دارد. معمولاً جای اعضای قبلی عضو اضافی به وجود می‌آید.

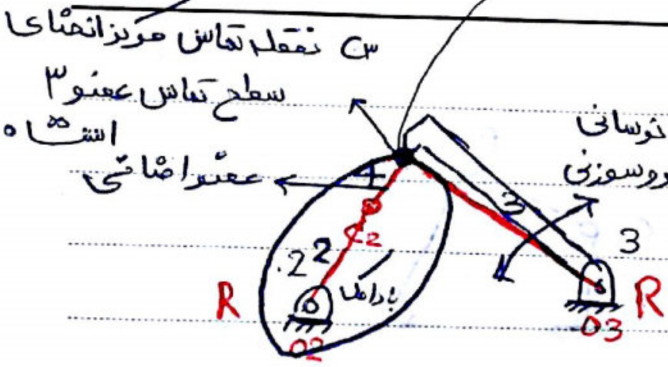


- در ضمن به موارد انحنا و شماره اعضا دقت شود

ب) در محل تماس یک سطح منحنی و طرف دیگر نقطه است. پیروهای سوزنی یا لبه چاقویی

(Needle or Knife edge)

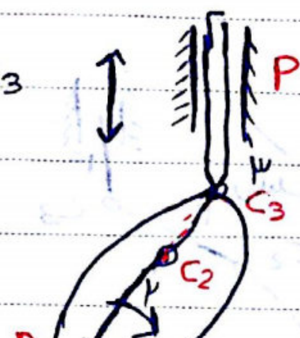
که به توسط مطرح می‌شوند.



a) پیرو سوزنی دورانی و نوسانی)

مکانیزم معادل $O_2 C_2 C_3 O_3$ (چهارمیله‌ای)

b) پیرو سوزنی انتقالی:



مکانیزم $O_2 C_2 C_3$

لنگ و لغزنده

مرکز انحنای نقطه = نقطه

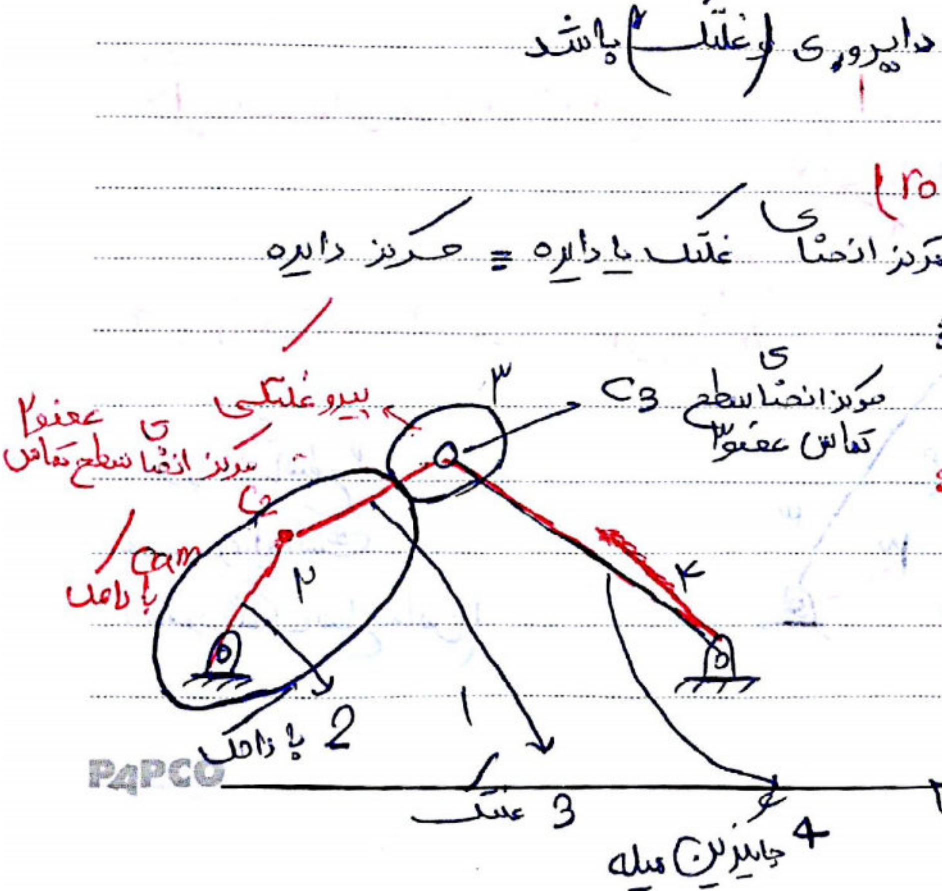
حالت

ج) پین سطح تماس به صورت دایره‌ای (غلتک) باشد

به پیرو غلتکی (roller foll

مرکز انحنای غلتک یا دایره = مرکز دایره

a به دو شکل زیر مطرح می‌شود:



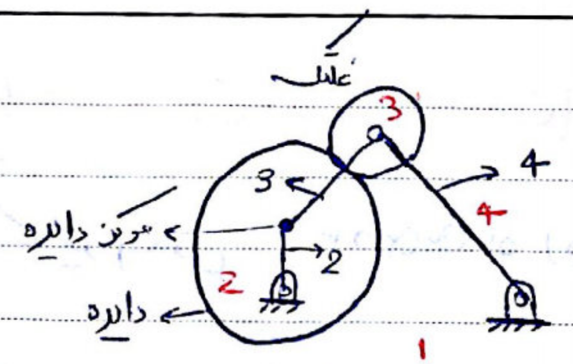
a) پیرو غلتکی نوسانی:

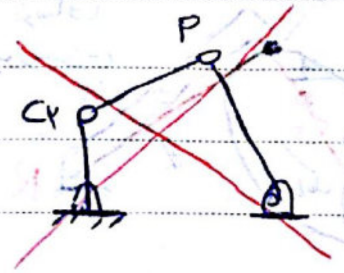
مکانیزم معادل $O_2 C_2 C_3 O_4$

چهارمیله‌ای

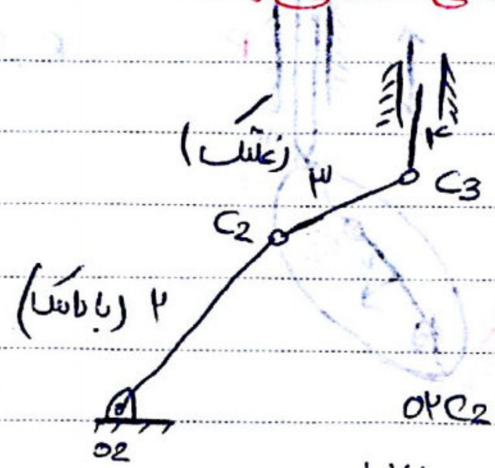
عضو اضافی ندارند

Subject
Date



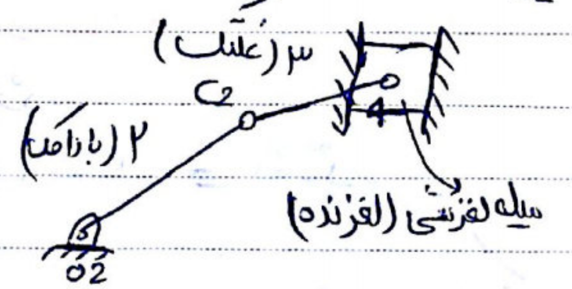


b) پیرو غلتکی انتقالی :

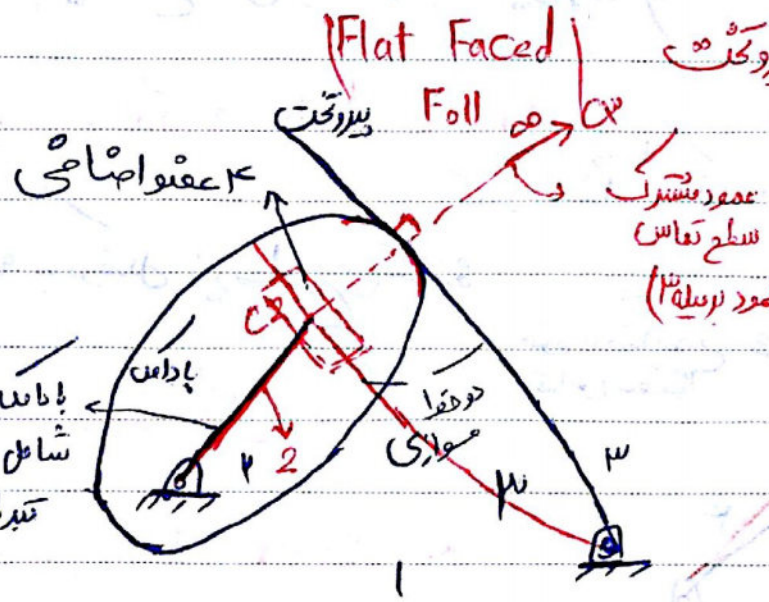


مکانیزم لنگ و لغزنده

عضو اضافی نداریم



c) یک سطح تماس تخت است (پیرو تخت) Flat Faced Foll



a) پیرو تخت نوسانی :

مرکز انحنای سطح ۲ عمود بر میله است (عمود مشترک سطح تماس)

چون O_3 در بی نهایت است و برای معادل سازی بایستی C_2 به C_3 در بی نهایت وصل شود

به میله ای به طول بی نهایت می رسیم

لغزنده = میله به طول ∞ = C_2C_3

لغزنده ای در موقعیت C_2 = عمود بر طول بی نهایت

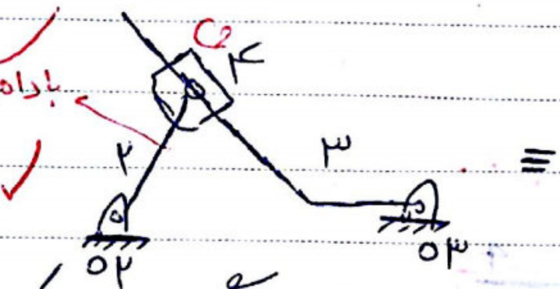
عمود بر طول بی نهایت لغزش می کند — جابجایی

- لغزنده میله ای است به طول بی نهایت که در راستای عمود بر طول بی نهایت لغزش می کند

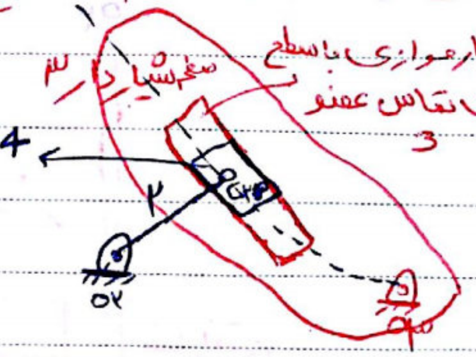
← موازی سطح تماس تخت عضو ۳

میله از نقطه C_2 عمود شروع شده است بنابراین لغزنده روی C_2 قرار می گیرد

بادامک شامل در مفصل R



≡



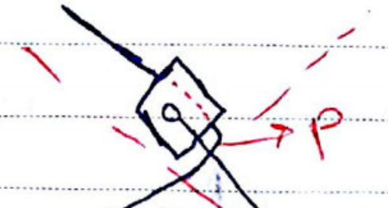
شیار موازی با سطح تخت تماس عضو 3

مکانیزم لنگ و لغزنده معکوس O_2 , O_3

اشتباه درشت ها

بادامک شامل پین مفصل R

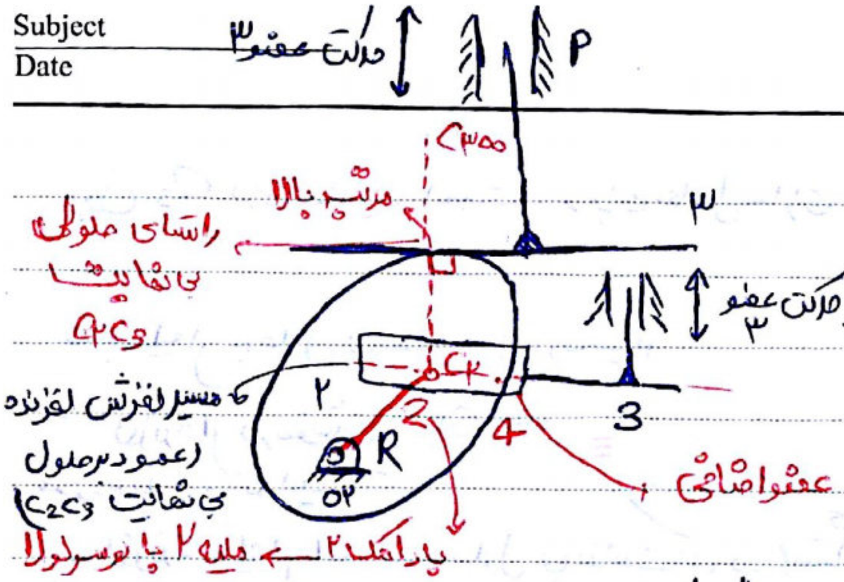
شامل پین مفصل P



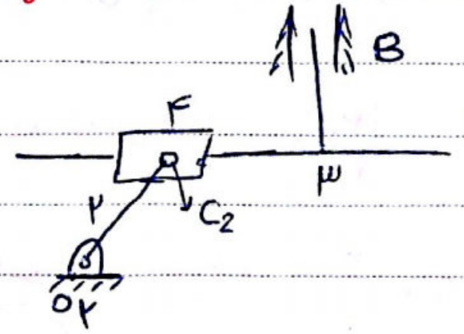
هرگاه برای بادامک دورانی هرگونه انحنای سطح تماس وجود داشته باشد معادل آن میله ای شامل ۲ مفصل R

Tran. Flat Faced Foll — پیرو تخت انتقالی

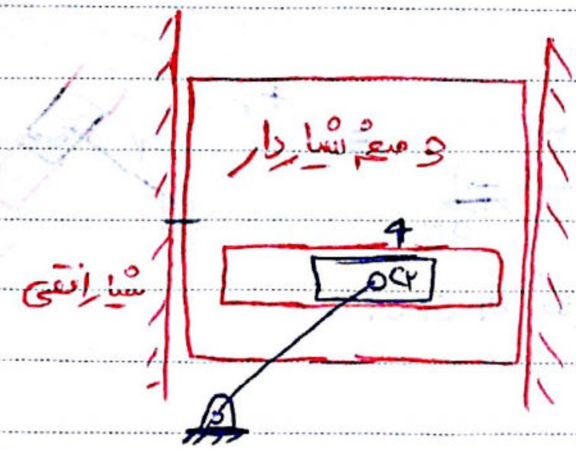
Subject
Date



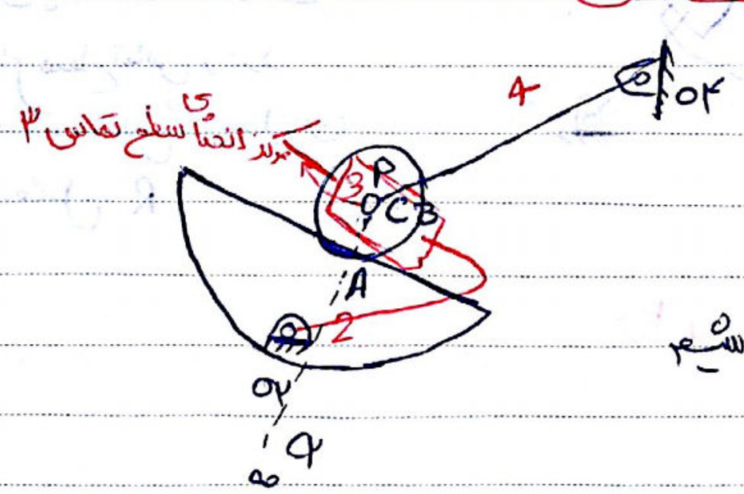
مجاز نیستیم حرکت یک عضو را به هم بزنیم



مکانیزم معادل لنگ لغزنده معکوس O_2C_2B
(اسکاچ یوک)

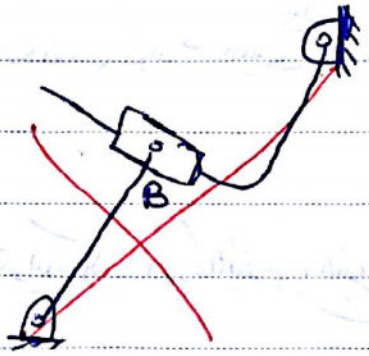


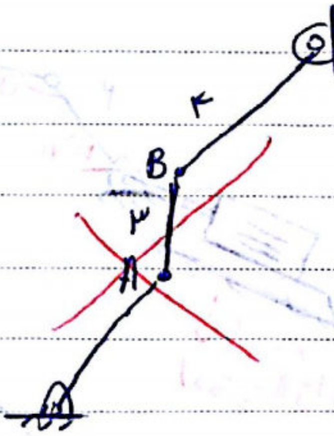
مثال: سطح تماس با رامن بلند است



چون یک طرف خلک داریم
حتماً باید لغزنده داشته باشیم

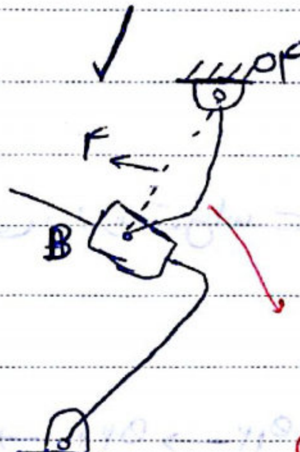
P4PCO

۱۲


۱


۱۴

نقطه معادل سازی
نمی تواند A باشد
(A نقطه تماس)

۱۳


کج
بدان تأثیر در
جواب بذارد

با دامک سیله است
شامل یک مفصل R و یک مفصل P

مفصل ۱۲

DoF of planer mech

درجه آزادی مکانیزم های صفحه ای :

درجه آزادی عددی صحیح است

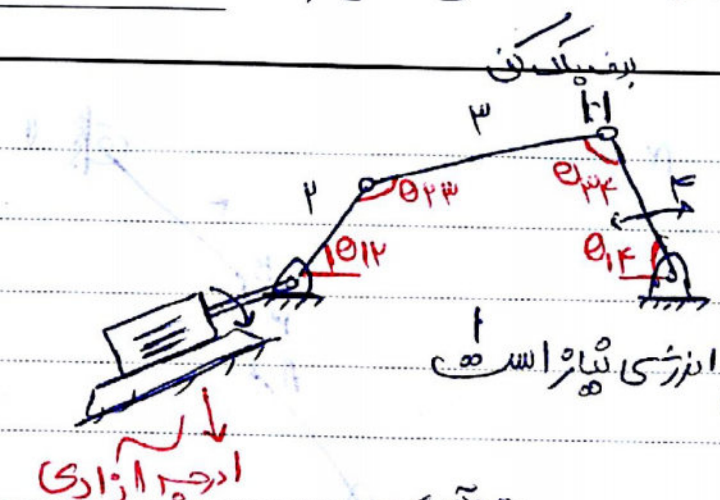
$DoF < 0$

$DoF = 0$

$DoF > 0$

Subject
Date

هرچه قدر درجه آزادی بالاتر ← توانایی مکانیزم بالاتر



θ: مختصه حرکت نسبی بین اعضا

برای تولید حرکت در مکانیزم به منبع یا منابع انرژی نیاز است

دستی

اتوماتیک ← موتور، جک هیدرولیکی، شیر برقی، پنوماتیکی

وظیفه منابع انرژی ورودی سیستم ایجاد کردن یک یا چند حرکت نسبی به طور مستقل است.

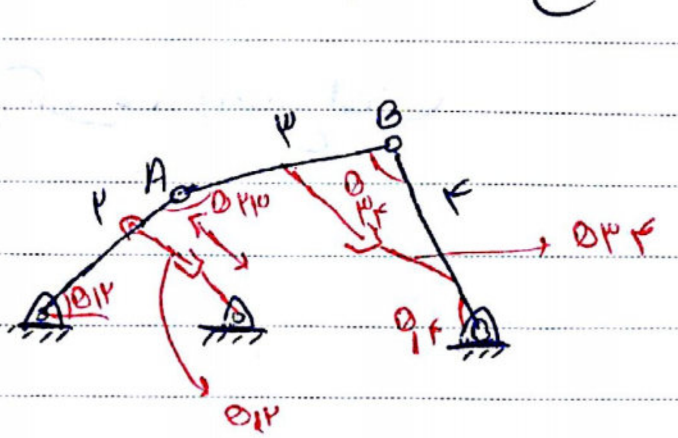
θ_{12} ایجاد می‌شود.

$\theta_{12} \rightarrow \theta_{23} \rightarrow \theta_{34} \rightarrow \theta_{14}$

در مکانیزم چهار میله‌ای با ایجاد یک مختصه حرکت نسبی توسط منبع انرژی خارجی بقیه مختصات ایجاد می‌شوند

(مختصه اول هستند)

درجه آزادی مکانیزم = تعداد منابع انرژی مستقل ورودی به سیستم برای کامل شدن حرکت‌های مکانیزم



Subject 12
Date

درجه آزادی مکانیزم = تعداد مختصات حرکتی مستقل برای حل شدن حرکت مکانیزم

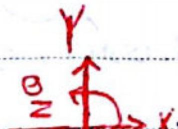
روش محاسبه درجه آزادی مکانیزم:

۱- روش تئوری (فرمولی) ↓ در اکثر حالات به نتیجه صحیح منجر می‌شود (۹۵٪) ↓ سریع
۵٪: موارد خاص

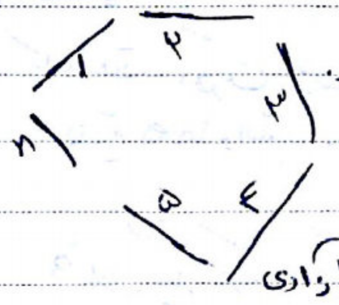
۲) روش تجربی ↓ همواره به نتیجه صحیح منجر می‌شود (۱۰۰٪) ↓ سرعت رسیدن به جواب نسبت به تئوری کمتر است.

روش تئوری: (معادله کاتزباخ)

یک عضو در صفحه ۳ درجه آزادی دارد.

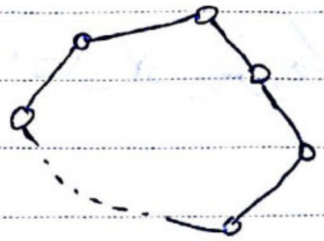


n عضو در صفحه مجزا از هم 3n درجه آزادی دارد.



درجه آزادی مجموعه n عضوی مجزا: 3n درجه آزادی

زنجیره n عضوی:



Subject
Date

مفاصل درجه آزادی را کم می‌کنند

درجه آزادی زنجیره n عضوی:

مفاصل مرتبه پایین:
- R
- P
- غلتش بدون لغزش
- لولای مجازی

مفاصل مرتبه بالا:
- بادامک
- چنگالی
- پین در شیار
- الاستیک

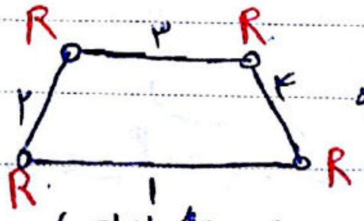
مفاصل مرتبه پایین هر کدام دو مختصه حرکت نسبی بین دو عضو را کم می‌کنند

f_1 = تعداد کل مفاصل مرتبه پایین

f_2 = تعداد کل مفاصل مرتبه بالا

درجه آزادی زنجیره n عضوی $= 3n - 2f_1 - f_2$

(n ← تعداد کل اعضا)



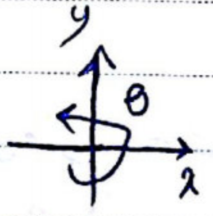
زنجیره 4 میله ای

درجه آزادی زنجیره $= 3n - 2f_1 - f_2 = (3\times4) - 2(4) - 0$

$= 12 - 8 = 4$

یک مختصه حرکت نسبی مثلاً θ_{12}

بقیه θها وابسته به θ_{12} هستند.

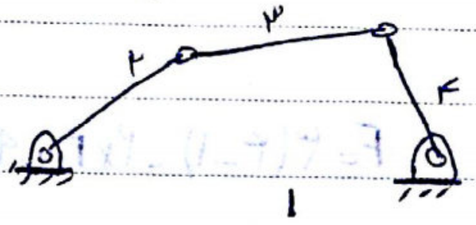


3 تای دیگر حرکت کلی است (مانند جسم صلب)

سه مختصه انتقالی x، y انتقالی ۲ و چرخش θ کل مجموعه در صفحه

P4PCO

درجه آزادی مکانیزم: مکانیزم زنجیره‌ای است که یک عضو آن فیکس باشد



درجه آزادی مکانیزم $= 3n - 2f_1 - f_2 - 3$

سه حرکت کل مجموعه شامل انتقالی X، انتقالی Y، چرخش ها ایجاد نمی‌شوند.

$$F = 3(n-1) - 2f_1 - f_2$$ رابطه تئوری کوتزباخ

معادله کاتزباخ

n: تعداد کل اعضا با احتساب عضو زمین

f_1: تعداد کل مفاصل مرتبه پایین f_2: تعداد کل مفاصل مرتبه بالا

اگر $f_2 = 0$ و مکانیزم یک درجه آزادی باشد $F=1$:

$1 = 3n - 3 - 2f_1 \rightarrow$ $2f_1 - 3n + 4 = 0$ معیار گروبلر

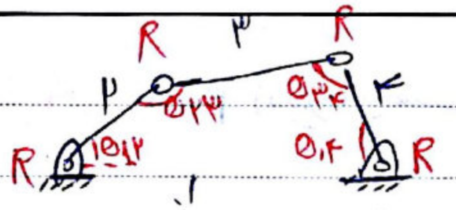
$3n = 2f_1 + 4$ — n بایستی زوج باشد — عدد زوج

شرط: $F=1$، $f_2=0$

* در مکانیزم‌های یک درجه آزادی و فاقد مفاصل مرتبه بالا تعداد اعضا زوج است

P4PCO

Subject
Date



درجه آزادی مکانیزم 4 میله‌ای :

$$F = 3(n-1) - 2f_1 - f_2$$

$n = 4$

$f_1 = 4$

$f_2 = 0$

$$F = 3(4-1) - 2\times 4 = 9 - 8 = 1$$

یعنی

مفهوم یک درجه آزادی در این مکانیزم این است که با ایجاد تغییر در یک مختصه حرکت نسبی از بین مختصات θ_{12} ، θ_{14} ، θ_{23} یا θ_{34} بقیه مختصات وابسته شده و مجبور به ایجاد شدن هستند.

در مکانیزم های یک درجه آزادی درصورتیکه بیش از یک مختصه حرکت نسبی به طور مستقل ایجاد شوند مکانیزم قفل شده و به سازه تبدیل می شود که درجه آزادی آن صفر است

سازه نامعین: $DoF < 0$

سازه معین: $DoF = 0$

(هر دو: سازه) (زیرا یک حرکت وابسته را دوباره نمی توان مستقل کرد)

سازه معین structure

$DoF \geq 1$ مکانیزم

روش تجربی محاسبه تعداد درجات آزادی :

درجه آزادی = تعداد مختصات حرکت نسبی مستقل

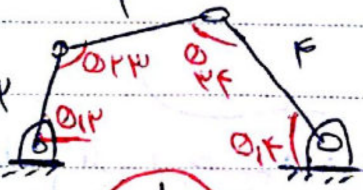
قدم اول : مشخص کردن مختصات حرکت نسبی بین اعضا

PAPCO

مفاصل مرتبه پایین: یک مختصه حرکت نسبی

مفاصل مرتبه بالا: دو مختصه حرکت نسبی

مثال: ۴ حرکت مختصه نسبی برای چهارمیله وجود دارد



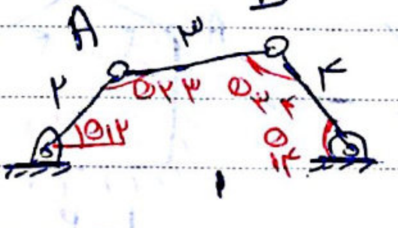
فرض: ابتدا بایستی از قابل حرکت بودن (مکانیزم بودن) اطمینان حاصل کنیم

قدم دوم: ابتدا یک مختصه حرکت نسبی را صفر کرده درصورتی که مجموعه به سازه تبدیل شد مکانیزم یک درجه آزادی است. در غیر این صورت صفر کردن مختصات حرکت نسبی تا جایی ادامه می‌دهیم که مجموعه به سازه تبدیل شود ببین:

تعداد مختصات حرکت نسبی صفر شده برای تبدیل مکانیزم به سازه = درجه آزادی

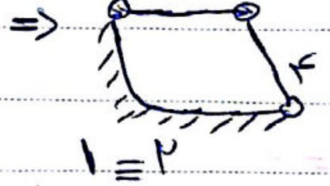
مثال ۱: چهارمیله:

معمولاً وصل شده به زمین صفر شود
مختصه حرکت نسبی



$\theta_{12} = 0$: مفصل O_2 جوش
↓
عضو ۲ = زمین

مجموعه سه عضوی حرکت نسبی ندارد =>

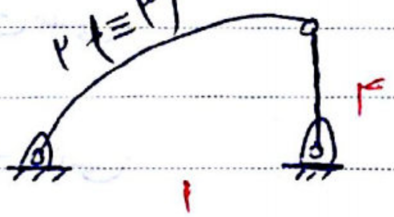


چهارمیله از یک درجه آزادی است

Subject
Date

Θ۲۳=۰ و A جوش

۲و۳ به یک عضو تبدیل می‌شود

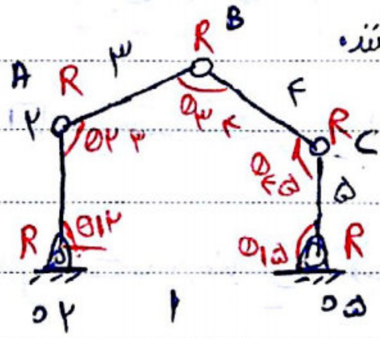


سازه ≡ سه عضوی

چهارمیله‌ای یک درجه آزادی

دو لینک که جوش شده اند زاویه بین آن‌ها تغییر نکند و شکل خود را حفظ می‌کنند

مثال)



پس اساس معیار گروبلر باید بیش از ۱ درجه آزادی باشد (تعداد اعضا فرد است)

دو مفصل مستقل نیاز است

روش فرمولی (تئوری)

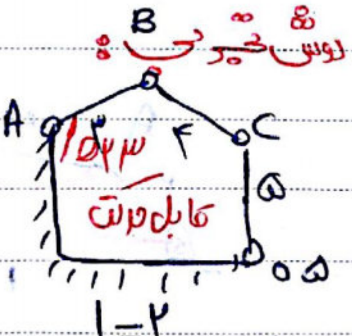
$n=5$

$f_1=5 \Rightarrow F=3(5-1)-2\times5=2$

$f_2=0$

روش تجربی:

$\theta_{12}=0$ → O۲ جوش → لینک ۲ زمین →



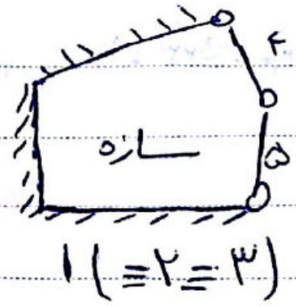
حرکت می‌کند زیرا ۴ میله است و ۱ درجه آزادی است

پس باید تغییری را صفر کنیم

Θ۲۳=۰ و A جوش

PAPCO

Subject
Date



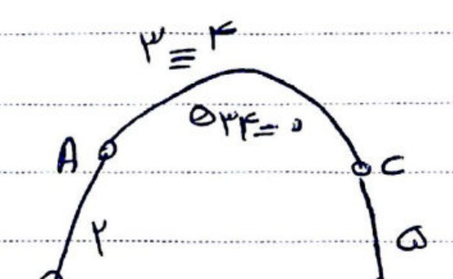
۲ مختصه فیکس شد و به سازه تبدیل شد
↓
مکانیزم درجه ۱ آزادی

نقض: عضو ۳ فیکس نشود

← ۱ عضو

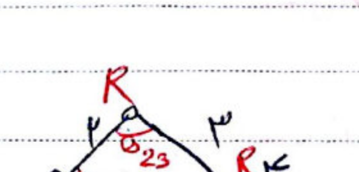
۲ سر عضو ۲ فیکس می‌شود و عضو ۲ ثابت می‌شود.

با فیکس کردن عضو ۳، ۲ مختصه حرکت نسبی همزمان صفر شده ← مکانیزم ۲ درجه ۱ آزادی



با یک مختصه ← دیگر صفر شود ← ۲ درجه آزادی

مکانیزم لنگ و لغزنده



مختصه انتقالی = S14

$n = 4$
$f_1 = 4 \ (3R + 1P)$
$f_2 = 0$

$F = 3(4-1) - 2(4) - 0 = 1$ ۱ درجه آزادی

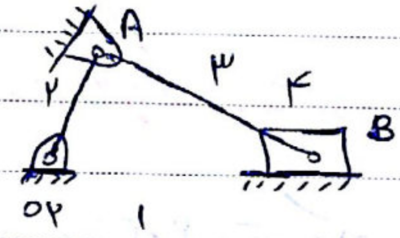
Subject
Date

مفصل ← تطابق حرکت دو عضو

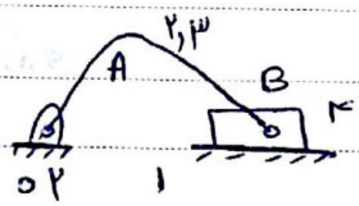
از چهار مفصل O_{12}، O_{23}، O_{34}، O_{14} تنها ایجاد کردن یک مفصل کافی است و بقیه وابسته اند

روش تجربی:

$O_{12}=0$ ⟶ ۲ جوش

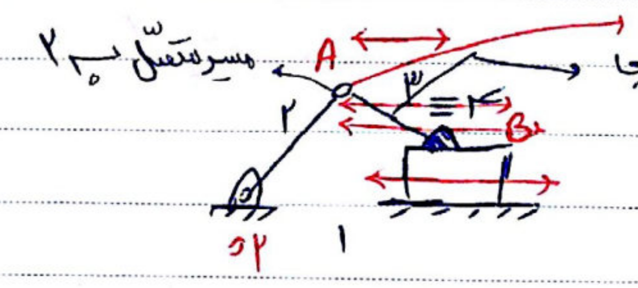


$O_{23}=0$ ⟶ A جوش ⟶ ۲و۳ متصل به هم (۲و۳ یک میله خمیده است)

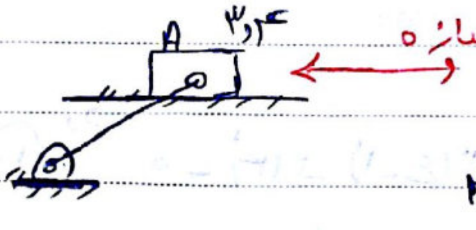


مکانیزم ⟶ 1DoF

$O_{34}=0$ ⟹ B جوش



مجموعه عضو ۳و۴ حرکت انتقالی انجام می دهند

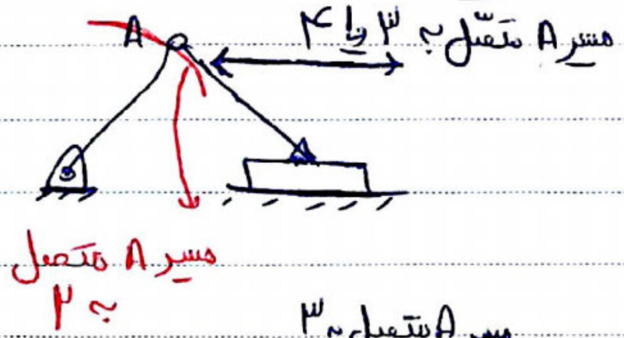


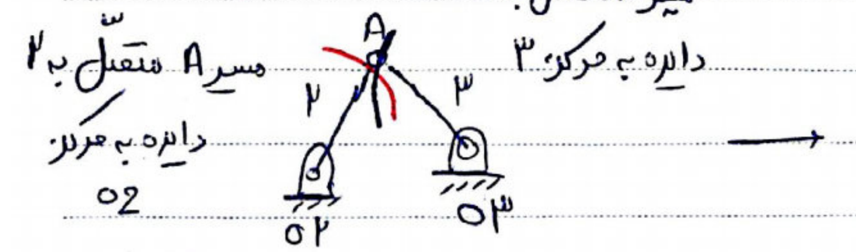
(میله کش می یابد) 1DoF = مکانیزم

یا از زمین بلند شود

PAPCO

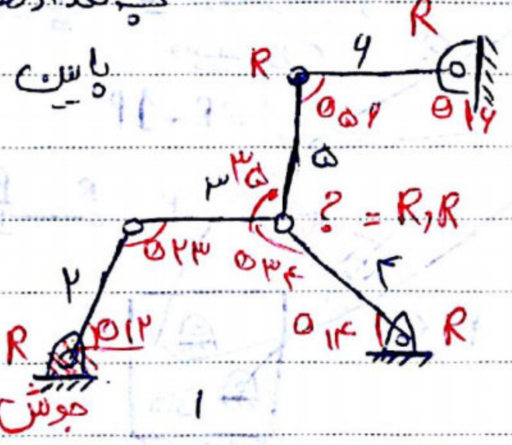
یک مفصل R همزمان نمی‌تواند در دو راستای مختلف حرکت کند

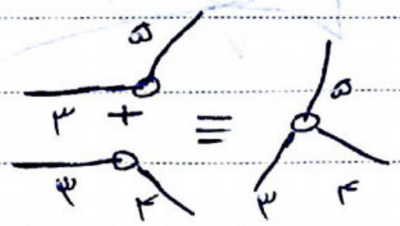




مثال) درجه آزادی شکل زیر را بدست آورید.

به تعداد مفاصل درجه با نشان O می‌نویسیم





$n=6$

$f_1=7$

$f_2=0$

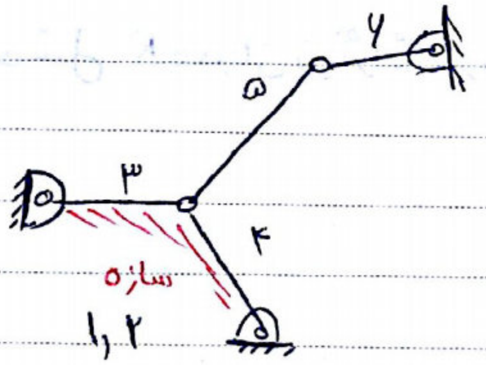
$F=3(6-1)-2(7)$

$=15-14=1$

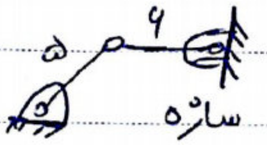
اگر m عضو در یک محل مفصل لولا شوند

$f_1=m-1$

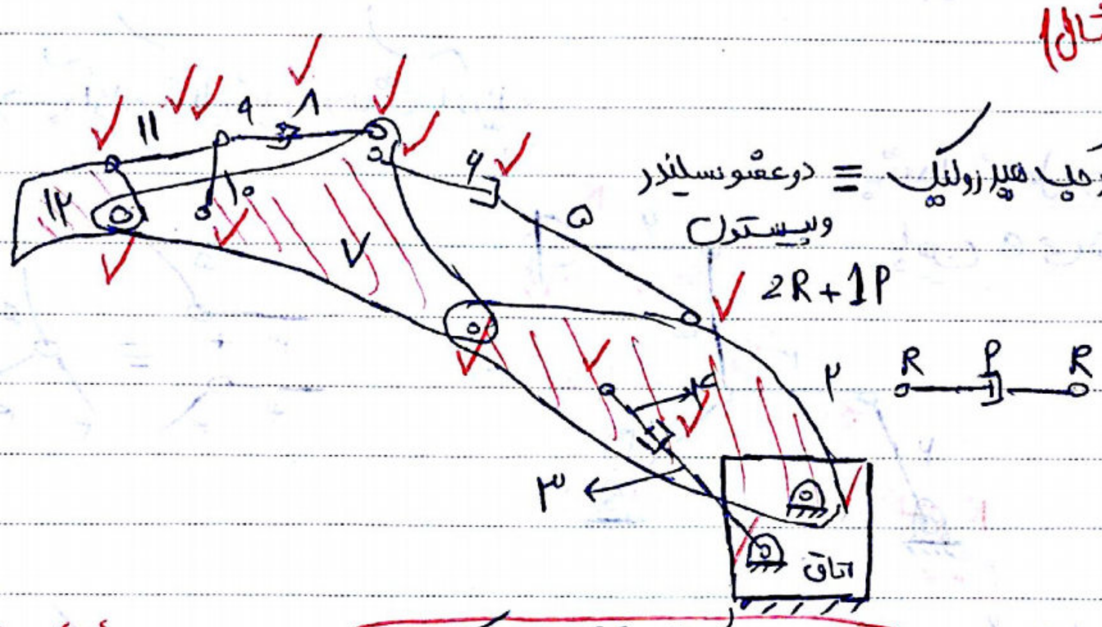
Subject
Date



سازه شده ۱،۲،۳،۴



مثال ۱



هر جک هیدرولیک = دو عضو سیلندر و پیستون

2R+1P

R P R

تعداد درجات آزادی = تعداد مکب ها : برای مسائل کامل

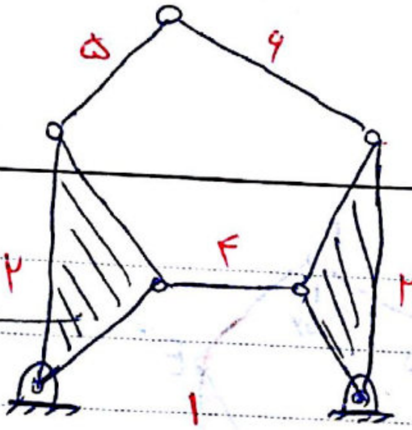
جستا ها

حذف مکب ها ← تأثیری در درجه آزادی ندارد

$n = 12$
$f_2 = 0$
$f_1 = 15$

$F = 3(12-1) - 2 \times 15 = 3$

Subject ۱۸
Date



مثال ۱

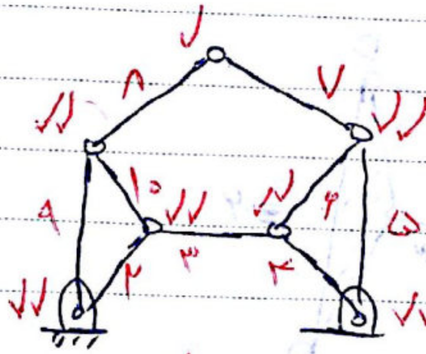
اگر هاشور نزده بود خود همان ۶ میله بود ←

استفنسن نوع ۱

$n = 6$
$f_1 = 7$
$f_2 = 0$

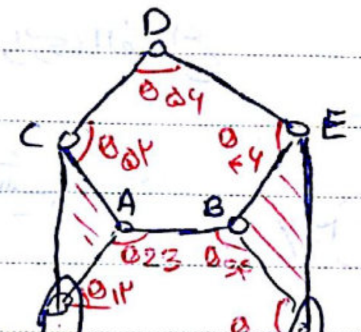
$F = 3(n-1) - 2f_1 - f_2 = 3(5) - 14 - 0 = 1$

$f_1 = 13$
$n = 10$
$f_2 = 0$



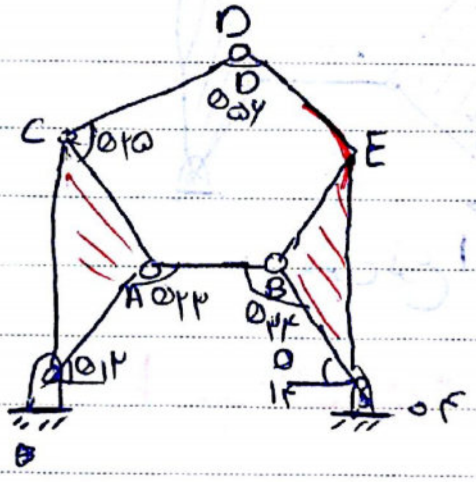
$F = 3(10-1) - 2 \times 13 = 27 - 26 = 1$

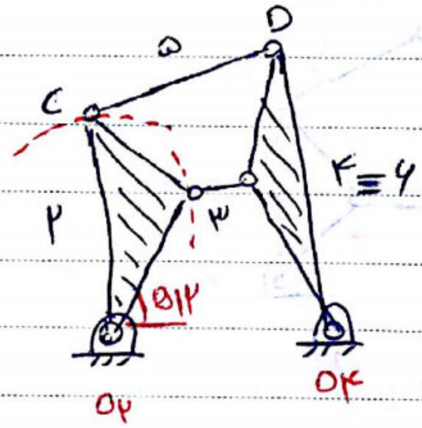
روش تخریب:



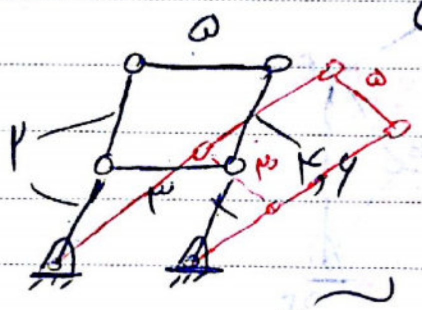
۴و۶ متصل به هم جوش E : $\theta_{46} = 0$

Subject
Date





مکانیزم خاص: متوازی الاضلاع



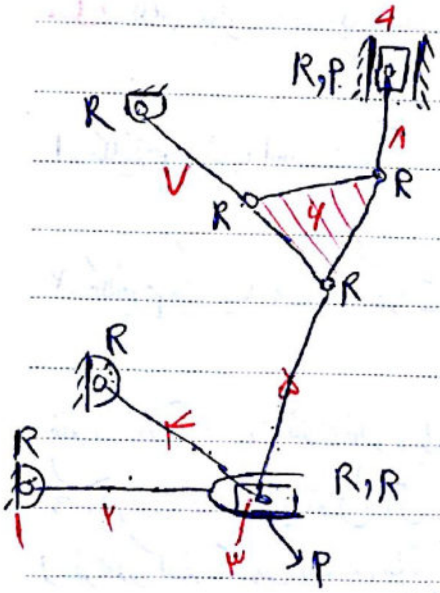
موقعیت لینک ۵ و ۳ همیشه موازی

می ماند

۱ درجه آزادی

ادامه درجه آزادی:

مثال: مطلوب است محاسبه‌ی درجه آزادی مکانیزم زیر؟



$n=9$ $f_1=11$ $f_2=0$

$F = ۳(۸) - ۲۲ = ۲$

$F = ۳(n-1) - ۲f_1 - f_2 = ۲$

زاویه ۱۸۰ است لولا از دست نمی‌دهد حضورش ثبات دارد

درصورتی که لغزنده ۳ حذف شود، درجه‌ی آزادی مکانیزم را بالاست ۱ ورقیه

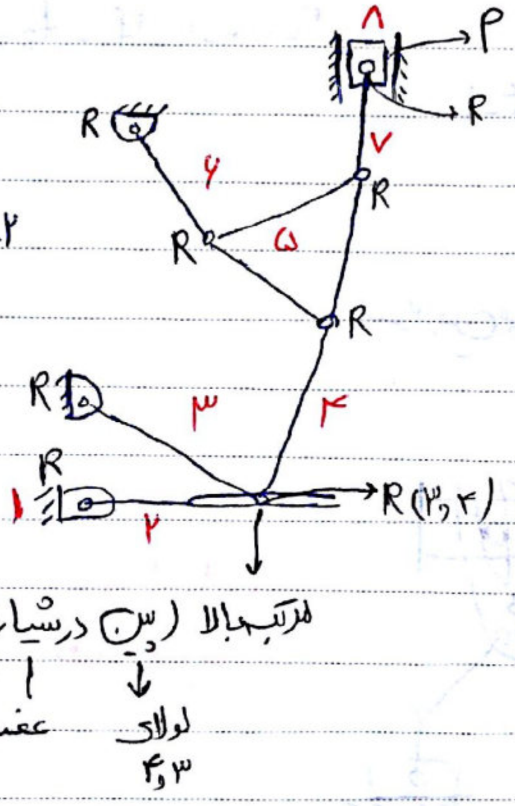
(اتصال ۴، ۵ و ۲ برقرار است)

$n=۸$

$f_2=1$

$f_1=۹$

$۳\times۷ - ۱۸ - ۱ = ۲$

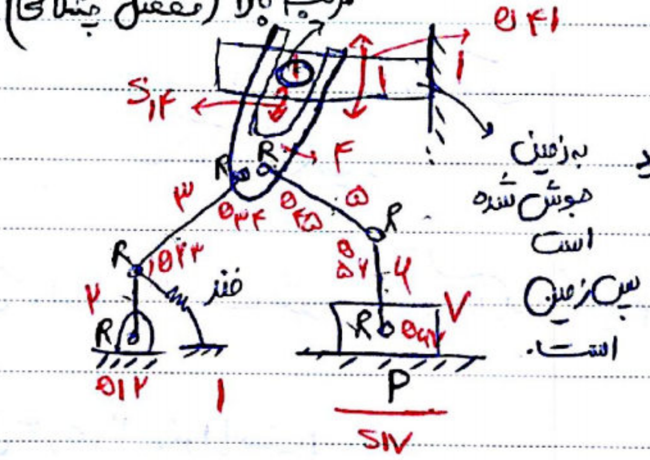


Subject
Date

مثال) کدام عبارت صحیح است؟

۱ـ مکانیزم سازه است ۳) مکانیزم با دو ورودی حرکت می کند

۲ـ مکانیزم با یک ورودی حرکت می کند ۱۴) " با سه " "



فنر درجه آزادی تأثیری ندارد و برای محاسبه‌ی درجه آزادی مکانیزم می توان آن را حذف نمود
(فنر محدودکننده حرکت است نه مانع حرکت)

$n = ۷$

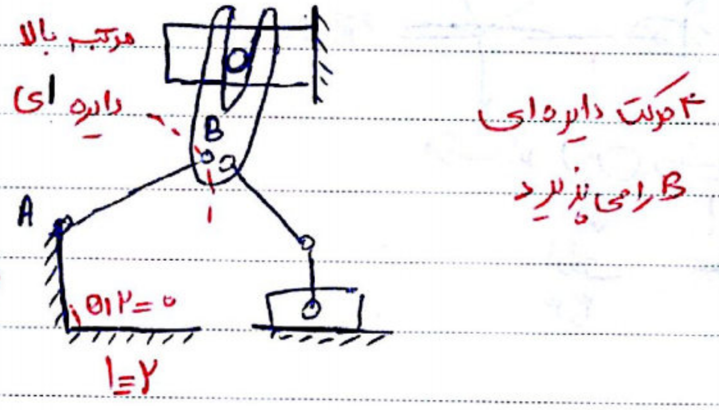
$f_1 = ۷$ ۳×۶ − ۱۴ − ۱

$f_2 = ۱$

$F = 3(n-1) - ۲f_1 - f_2 = ۳$

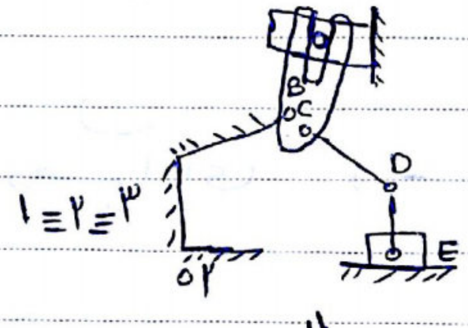
۵۱۲ = ۰ عضو ۲ زمین می شود.

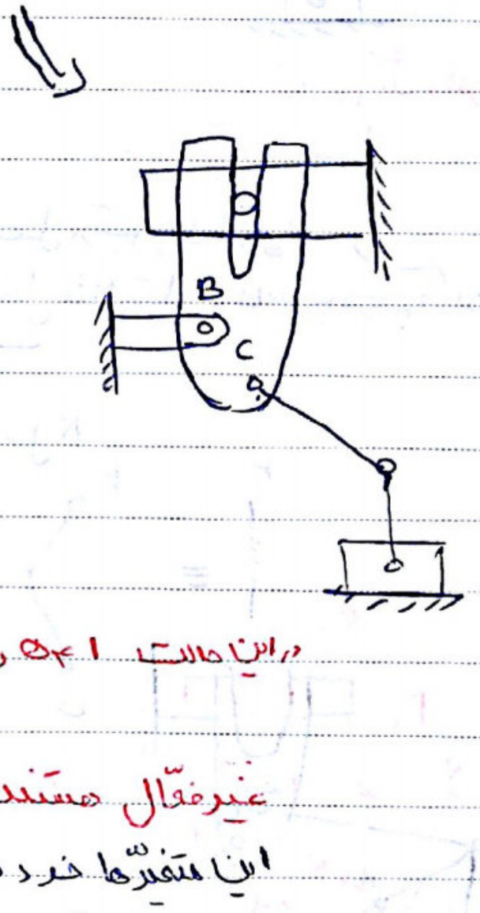
۵۲ جوش



۴ حرکت دایره‌ای
B را می پذیرد

θ۲۳ = ۰ ؛ A جوش . ۳ به زمین وصل می شود





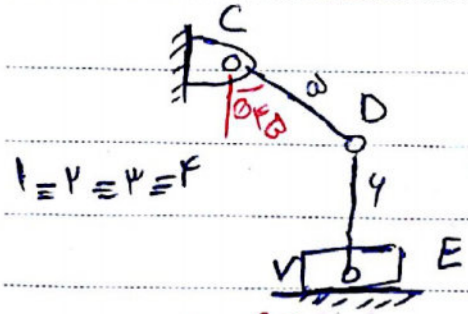
در این حالت عضو ۴ خود به خود
قفل می شود چون حول B
حرکت دورانی خالصی باید
انجام دهد ولی مفصل چنگالی
F مانع می شود

در این حالت θ۴۱ و S۴۱ متغیرها حرکت نسبی

غیرفعال هستند

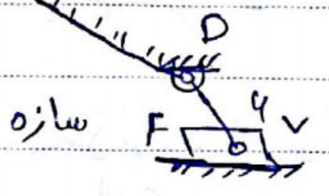
این متغیرها خود به خود صفر می شود

$S_{14} = 0 \ , \ \theta_{41} = 0$



مکانیزم لنگ و لغزنده

θ۴۵ = ۰ ؛ C : جوش : ۵ به زمین متصل می شود

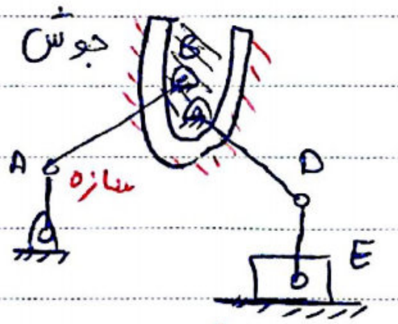


Subject
Date

عضوی که مستقیماً به زمین وصل نیست ــــ معمولاً حرکت را می‌گیرد.

اگر عضو شماره ۴ را با دست بگیریم (متغیرهای متصل به زمین صفر می‌شود)

مفصل F: حرکت ← $\begin{cases}\varphi_{14}=0\\ S_{14}=0\end{cases}$ در متغیر صفر شده است.



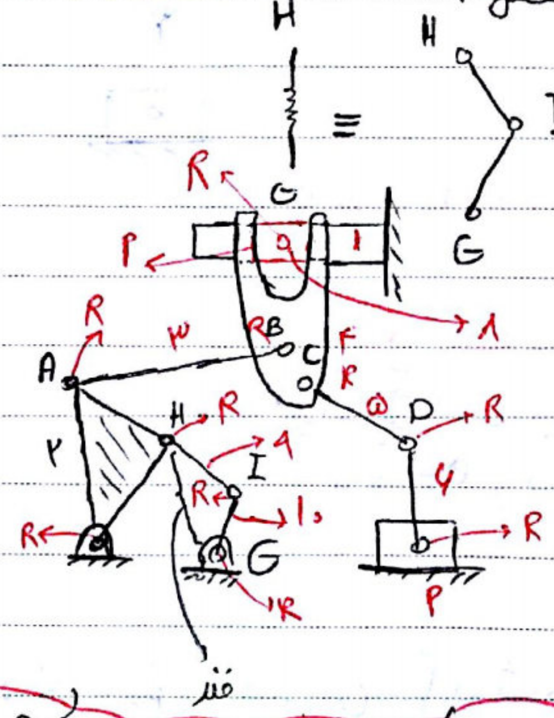
→ ۳ درجه آزادی

مکانیزم لنگ و لغزنده → یک درجه آزادی

در جایی که مفصل مرتبه بالا داریم

مطلوب است رسم مکانیزم معادل مثال قبل و محاسبه درجه آزادی مکانیزم معادل

معادل فنر عبارت است از دو عضو و ۳ مفصل R



$n=10$

$f_1=12$

$f_2=0$

$\Rightarrow F=3(10-1)-2\times12-0$

$=27-24=3$

درجه آزادی مکانیزم معادل = درجه آزادی مکانیزم اولیه

یک عضو اضافی + دو مفصل مرتبه پایین = هر مفصل مرتبه بالا

Subject
Date

موارد خاص: تست های جواب روش تجربی

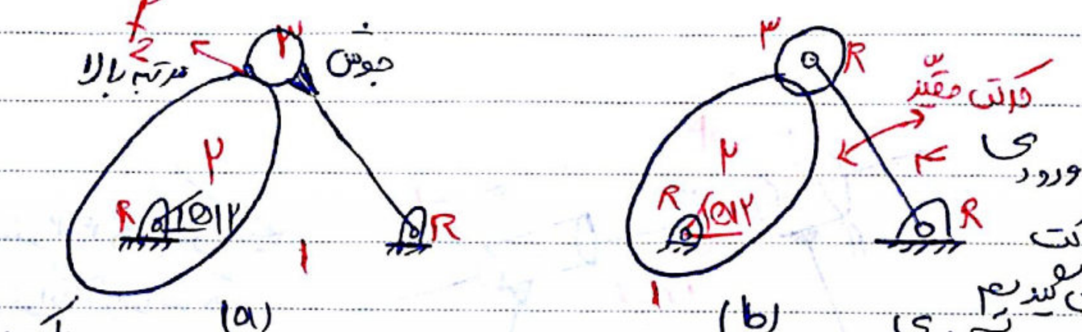
الف) درجات آزادی زائد (اضافی) (F_r) redundat DoF:

درجات آزادی زائد عبارتند از درجات آزادی که علی رغم آنکه وجود دارند ولی قابل استفاده نیستند و بایستی از تعداد درجات آزادی کل مکانیزم کم شود و حاصل که درجات آزادی قابل استفاده (موبیلیتی) نامیده می شوند در تست ها ثبت شود.

$$M = F - F_r$$

- M: موبیلیتی ← تست ها
- F: درجه آزادی کل (کاتر باخ)
- F_r: درجات آزادی زائد (اضافی)

مکانیزم های زیر را در نظر بگیرید:



(a)

با یک ورودی به حرکت می کند ← ۱ درجه آزادی

$n=3$

$f_1=2$ $\quad 3\times2-4-1$

$f_2=1$ $\quad =1$

اگر چیزی نگفته بود ← غلط بگیرش

(b)

یک ورودی از ۴ حرکت مقید می کنیم ← یک درجه آزادی

$n=4$

$f_1=3$ $\quad 3\times3-6-1$

$f_2=1$ $\quad =2$

↓ مورد خاص

۱) -1
۲) 0
۳) 1
۴) ~~2~~

قابل استفاده (تست ها) ۱

۲ < غیر قابل استفاده (زائد)

Subject
Date

یه درجه آزادی زائد نمی‌توان به عنوان ورودی نگاه کرد

اگر اعضا مجاورش را با هم فقط مفصل فیکس کنیم می‌توانند حرکت آزادانه داشته باشند

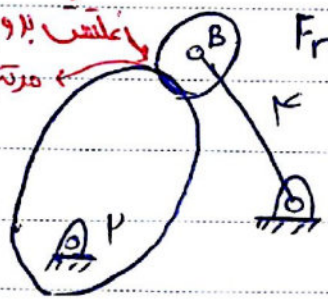
درجه آزادی زائد (اضافی): عبارت است از حرکت آزادانه یک عضو مستقل از اعضا دیگر

حرکت آزادانه
غلتک غلتک حول محورش
درجه آزادی زائد

موبیلیتی $= F - F_r = 2 - 1 = 1$

اگر غلتک غلتش بدون لغزش داشت دیگر درجه آزادی زائد نداشتیم

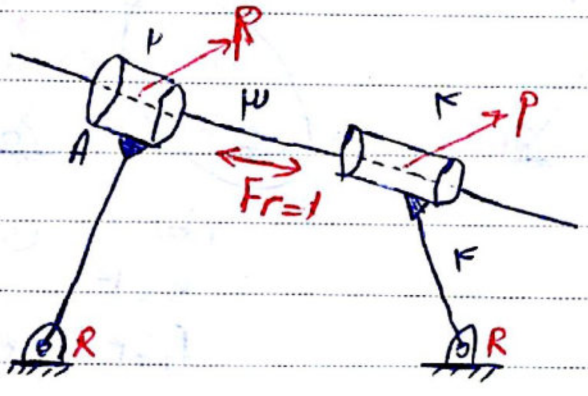
غلتش بدون لغزش
مرتبه پایین



$F_r = 0$

$F = ۳(۴-۱) - ۲×۴ - ۰ = ۱$

$M = F \rightarrow F_r = 0$



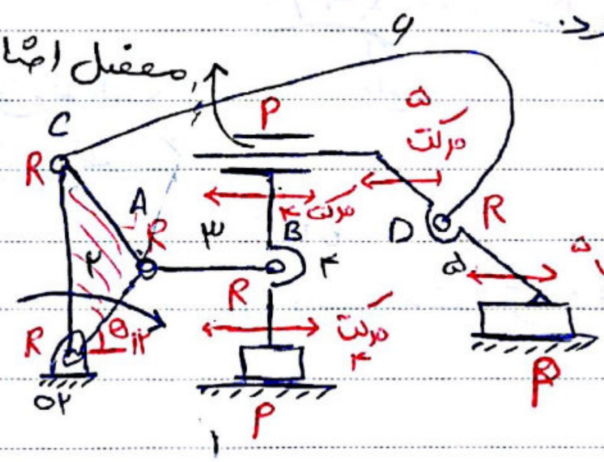
اگر عضو ۲ و ۴ را فیکس کنیم
عضو ۳ می‌تواند آزادانه حرکت
کند ← درجه آزادی زائد

$n = ۴$, $f_1 = ۴$, $f_2 = ۰$ $\longrightarrow F = ۳(۴-۱) - ۲×۴$
$= ۹ - ۸ = ۱$

$M = F - F_r = 1 - 1 = 0$

در ستاره ها درجات آزادی زائد را از درجات آزادی کم می کنیم (مثل روش گروبلر)

ونتیجه درست اعمال شود:



مرتبه ۳ : عضو ۲
مرتبه ۳ : عضو ۵
مرتبه ۲ : عضو ۶

نباید مفصل اضافی شود
نباید وارد فرمول شود

۱) ۱-
۲) ۰
۳) ۱
۴) ۲

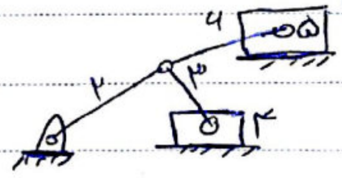
$n = 6$
$f_1 = 8$
$f_2 = 0$

$F = 3(6-1) - 2 \times 8 = 15 - 16 = -1$

سازه نامعین استاتیکی

عضو ۴ حرکت می کند $O_2 \to O_{12} \to A \to B$

عضو ۵ حرکت می کند $O_2 \to O_{12} \to C \to D$



اگر کشویی که ارتباط بین ۴ و ۵ است برداریم باز

هم اتفاقی نمی افتد و ۴ و ۵ حرکت خود را دارند

از این مفصل P بین ۴ و ۵ را این مفصل P اضافی است و از فرمول بایستی حذف

شود.

$n = 6$
$f_1 = \cancel{8}\,7 (5R + \cancel{3P}\,2P) \Rightarrow F = 3(6-1) - 2 \times 8$
$f_2 = 0 \quad = 15 - 14 = 1$

مکانیزم یک درجه آزادی

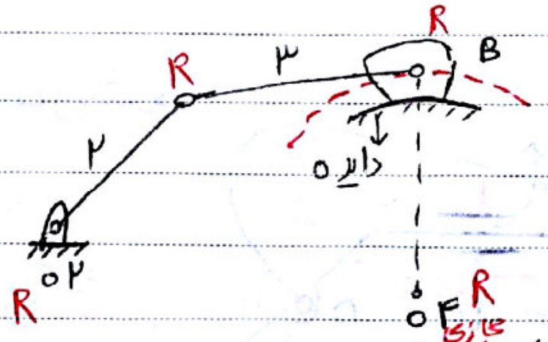
P4PCO

Subject
Date

ج) عضو اضافی ۵: نباید وارد فرمول شود

↓

اگر حذف شود در مکانیزم اتفاقی نمی افتد (۴ و ۵ را می توان برداشت)

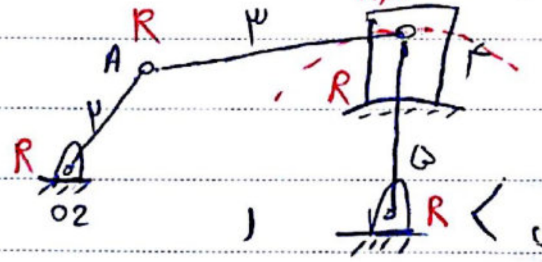


مرکز دایره رسم شده توسط B

n = ۴
f₁ = ۴ => F = ۹ - ۸ = ۱
f₂ = ۰

(۳،۴،۵)

اگر جای خط چین یک میله از B به O۴ وصل کنیم



۵ را به صورت BO۴ اضافه می کنیم

(۱و۵) حقیقی

(۴،۱) مجازی

۵ همراه با ۴ حرکت می کند

زیرا ۵ جای وصل شد که مچار حول آن حرکت می کند یعنی O۴ و B

۵ ≡ ۴

O۴ ≡ O۵

مرکز دوران ۵ ، مرکز دوران ۴

رابطه کسوری در حساب آزادی   8   n = ۵

f₁ = ۶ → ۳(۵ - ۱) - ۲×۶ = ۱۲ - ۱۲ = ۰

f₂ = ۰

~~یک سازه است~~

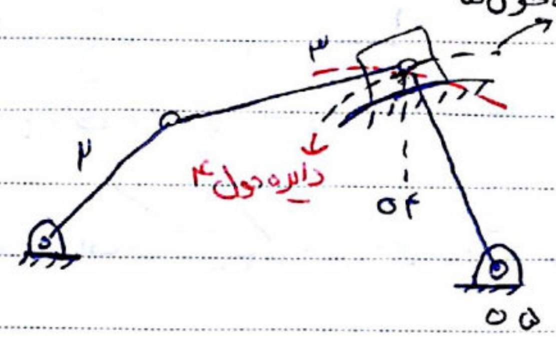
غلط

PAPCO

یکی از اعضای ۴ و ۵ اضافی است زیرا هر دو عضو به صورت یکسان حرکت می‌کنند

بنابراین با حذف یکی از آن‌ها به مکانیزم چهارمیله‌ای می‌رسیم که یک درجه آزادی است

$n=6$
$f_1=7$ → $F=1$



عضو اضافی می‌گذاریم.

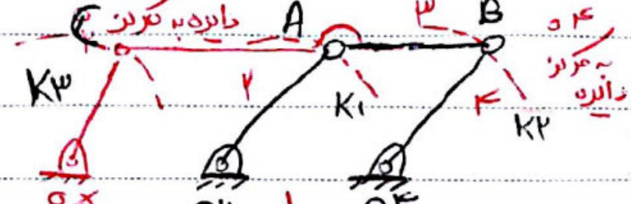
$O_4 \neq O_5$

لولای B نمی‌تواند همزمان در دو مسیر مختلف حرکت کند و مکانیزم قفل می‌شود.
(دوایر مختلف)

$n=5$
$f_1=6$ ⇒ $F=12-12=0$

فوق ثابت
over close mech

عضو اضافی در مکانیزم متوازی‌الاضلاع:



عضو AB، عضو بدون چرخش است.

۳: بدون چرخش حرکت می‌کند فقط جابجا

O_2O_4 = و ∥ AB
O_2A = و ∥ O_4B
می‌شود.

در دایره K۱ و K۲ مساوی هستند و فقط مرکز آن‌ها تفاوت دارد.

O_5C ∥ و = O_2A = و ∥ O_4B ← ممانعتی در حرکت عضو ۳ ایجاد نمی‌کند

عضو ۳ را بسط می‌دهیم

Subject

Date

مکانیزم یک درجه آزادی است

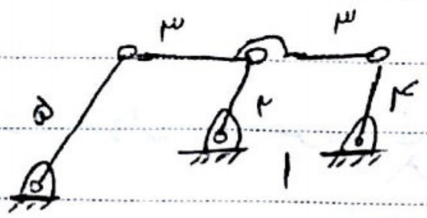
حال از رابطه گروبلر درجه آزادی را بدست می آوریم:

$n=5$
$f_1=6$ $\Rightarrow F=12-12=0$ ← غلط

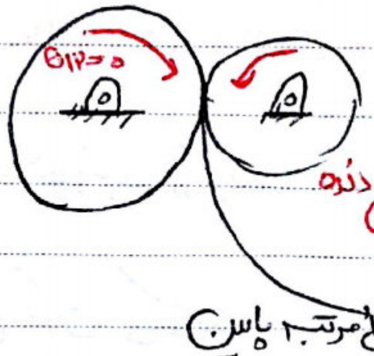
زیرا عضوی اضافه کردیم

که ممانعتی به وجود نمی آورد زیرا عضو ۵ اضافه است و بودن و نبودن آن تفاوتی ندارد

حال اگر عضو ۵ را طوری اضافه کنیم که موازی نباشد ← مکانیزم سازه می شود.



د) مکانیزم های فوق مقید over Constrained mech



دو چرخ دنده ← ۱ درجه آزادی

(زیرا غلتش برای دنده ها در نظر می گیریم) مفصل مرتبه ۲ باشد

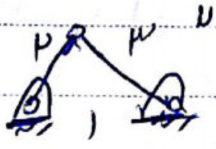
فرمول گروبلر:

فرمول فکر می کند سه میله است که به هم وصل شده اند

$n=3$

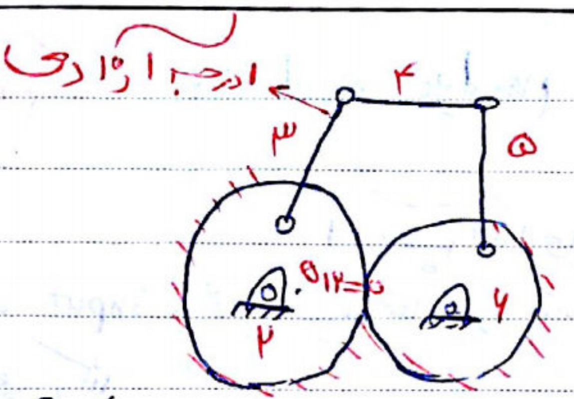
$f_1=3(2R)$

$F=6-6=0$ سازه



P4PCO

مثال) راه حل اول



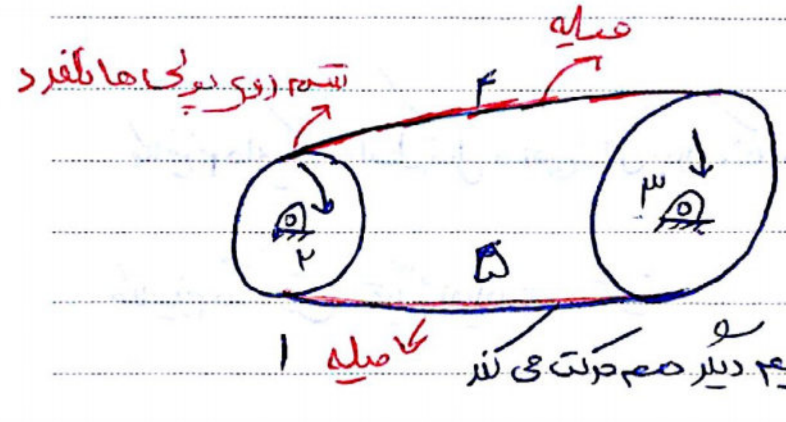
~~$n=6$, $f_1=7$, $F=15-14=1$~~

هرگاه دو چرخ دنده به هم متصل بود برای تصحیح فرمول تماس چرخ دنده ها را مرتبه بالا می گیریم

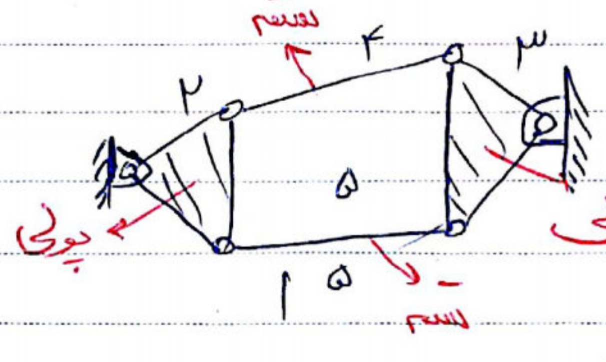
$n=6$
$f_1=6$
$f_2=1$
$\longrightarrow F=15-12-1=2$

راه حل دوم) به نتیجه بدست آمده از فرمول به ازای هر مجموعه چرخ دنده مجزا یک درجه اضافه می کنید.

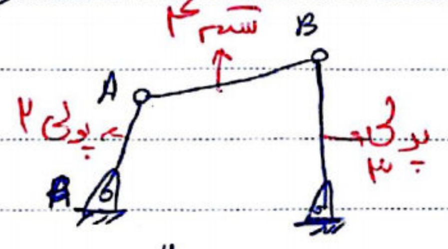
مکانیزم پولی و تسمه:
⇓
یک تسمه در نظر می گیریم.



چون اگر یک تسمه را حرکت دهیم دیگری هم حرکت می کند



یک تسمه در نظر بگیریم تصحیح ⟹



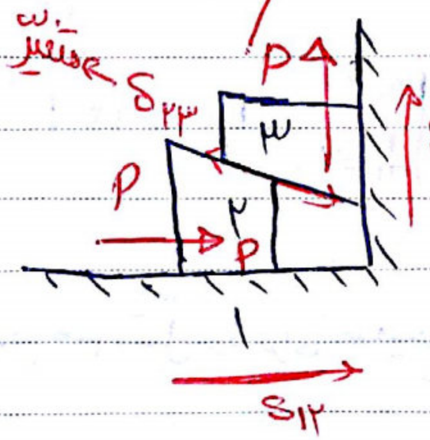
$n=5$
$f_1=6$
$f_2=0$
~~$F=12-12=0$~~ غلط

$n=4$
$f_1=4$
$F=1$

Subject
Date

فوق مقید : برای تصمیم یک درجه به درجه ۱ آزادی اضافه می کنیم

مکانیزم گوه : wedge mech

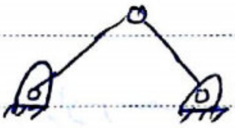


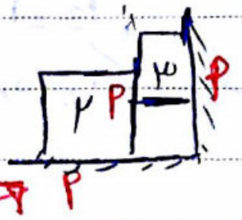
۱ درجه آزادی

یک input به ۲ بار هر مکانیزم حرکت می کند

حال از فرمول برلست می آوریم :

$n=3$
$f_1=3\ (=3p)$
~~$F=4-4=0$~~





مکانیزم هایی که واسطه شکل هندسی شان حرکت می کنند over Constraned

مکانیزم های فوق مقید نامیده می شوند

فصل ۳

تحلیل سینماتیکی مکانیزم ها صفحه‌ای: تحلیل سرعت - تحلیل شتاب (ایست ها سرعت

پیش نیاز است)
- حرکت شناسی

- تحلیل سرعت:
  - اختلاف سرعت
  - مرکز آنی سرعت
  - تصویر مؤلفه سرعت
  - نقطه کمکی (کاربرد کمتر در تست ها)

تحلیل شتاب:
  - اختلاف شتاب
  - تصویر مؤلفه شتاب

انواع حرکت عضو در صفحه (حرکت شناسی)

۱- حرکت انتقالی　　۲- حرکت دورانی　　۳- حرکت ترکیبی (انتقالی + دورانی)

۱- حرکت انتقالی: (Translation Motion) = حرکت بدون چرخش

در حرکت انتقالی تغییر زاویه به وجود نمی‌آید. $\frac{d\theta}{dt}=0$

انواع حرکت انتقالی:
الف) حرکت انتقالی دائمی
ب) حرکت انتقالی لحظه‌ای

هرگاه عضو در تمام لحظات بدون چرخش حرکت کند حرکتش انتقالی دائمی است.

خصوصیت حرکت انتقالی: $0 = \omega = \dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$ همواره　　$\angle\theta$

(ω ↓ سرعت زاویه)

هرگاه عضوی در یک لحظه بدون چرخش حرکت کند ولی لحظه قبل یا بعدش تغییر زاویه انجام دهد

P4PCO

Subject
Date

حرکتش انتقالی زاویه‌ای است.

$\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta} = \omega = 0$ در یک لحظه

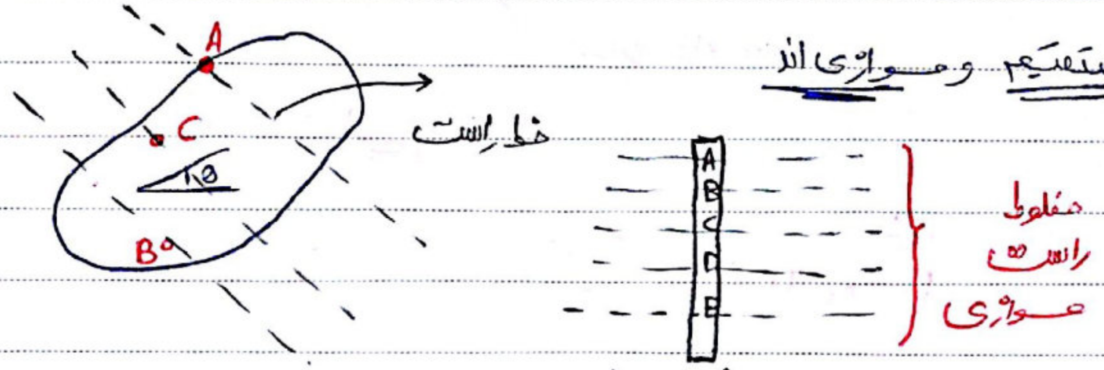
حرکت انتقالی دائمی:

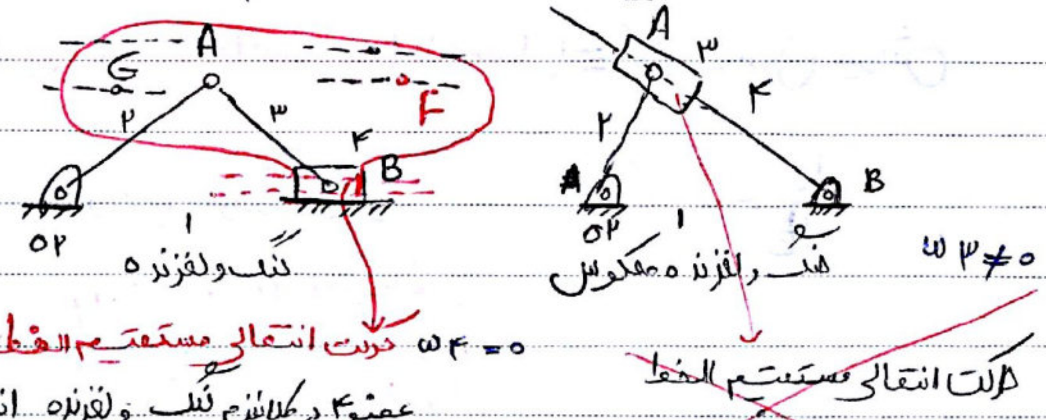
همواره $\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta} = \omega = 0$: ویژگی حرکت

انواع حرکت انتقالی دائمی:

$\dot{\theta} = 0$

I) حرکت انتقالی مستقیم الخط: در حرکت انتقالی مستقیم الخط مسیر حرکت کلیه نقاط جسم، خطوطی





عضو ۴ در مکانیزم لنگ و لغزنده انتقالی مستقیم الخط حرکت می‌کند

II) حرکت انتقالی منحنی الخط: (حرکت ترکیبی)

$\omega = 0$

$\frac{d\theta}{dt} = \omega = \dot{\theta} = 0$

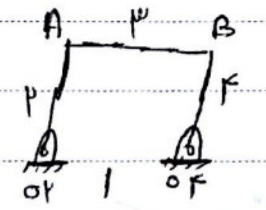
در حرکت انتقالی ← مرکز دوران بی‌نهایت است

مثال: مکانیزم متوازی الاضلاع

عضو ۳ حرکت انتقالی

منحنی الخطی کند

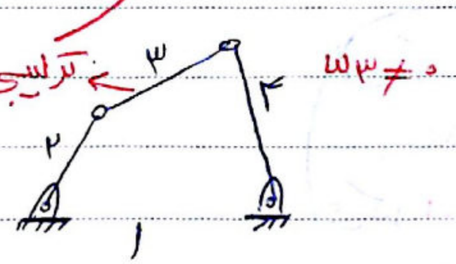
(جسم دور خود نمی‌چرخد)



$\omega_3 = 0$

عضو ۳ اگر در متوازی الاضلاع حرکتش انتقالی $\omega_3 = 0$ ⇐ مکانیزم متوازی الاضلاع

منحنی الخط است.

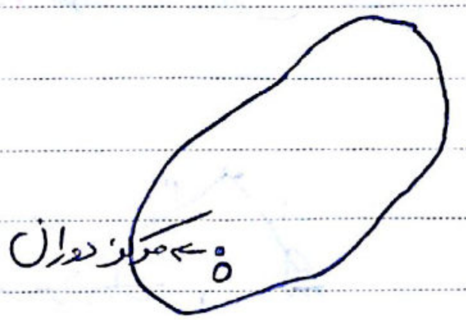


۲ـ حرکت دورانی:

ویژگی حرکت دورانی $\omega \neq 0$

در حرکت دورانی جسم حول نقطه‌ای به نام مرکز دوران می‌چرخد

مرکز دوران داخل یا بیرون جسم است.



مرکز دوران دائمی یا لحظه‌ای است.

مرکز دوران هر لحظه یک نقطه است که با نقطه قبلی منطبق نیست ←

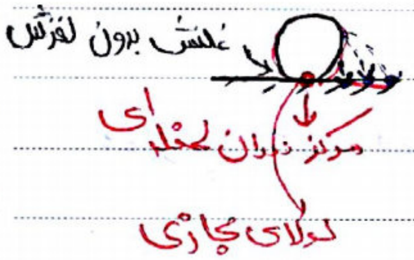
مرکز دوران در تمام لحظات مکانش ثابت باشد

انواع حرکت دورانی:

I) حرکت دورانی دائمی (خالص): مرکز دوران در تمام لحظات ثابت است

Subject
Date

مرکز دوران دائمی

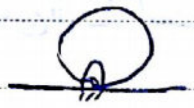


حرکت غلتشی دیسک

II) حرکت دورانی لحظه ای:

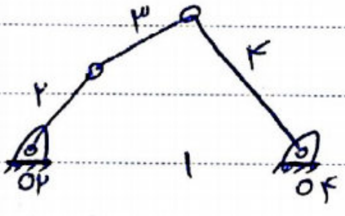
برای حرکت ترکیبی هر جسم حول نقطه ای در زمین چرخش می کند (مرکز آنی سرعت لحظه)

حرکت ترکیبی

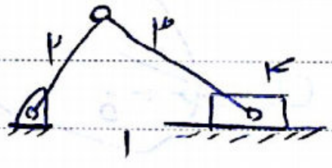


لولای مجازی
یا لحظه ای

I) حرکت دورانی خالص: مرکز دوران در صفحه ثابت است



۲ و ۴ حرکت دورانی خالص



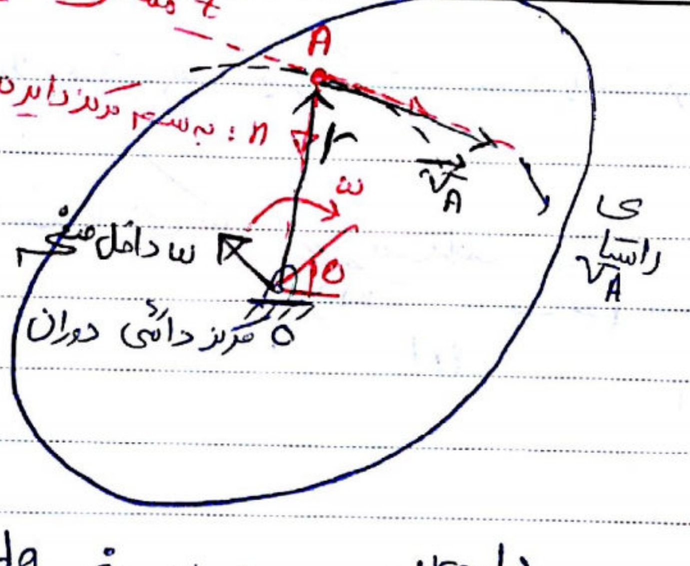
۲: دورانی خالص

۴: انتقالی مستقیم الخط

ویژگی های سرعت حرکت دورانی خالص:

P4PCO

$$\vec{V}_A = \vec{\omega} \times \vec{r}$$



در حرکت دورانی خالص مسیر حرکت کلیه نقاط جسم دوایری متحدالمرکز به مرکز دوران هستند.

سرعت تنها یک مؤلفه مماسی دارد $\vec{V} = \vec{V}^t$

$\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta} = \omega \neq 0 \quad \omega \left(\frac{rad}{s}\right)$

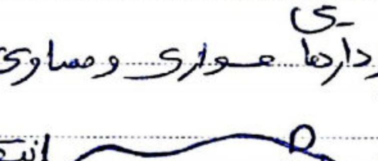
ω : سرعت زاویه در مورد یک جسم تعریف می شود ← جسم صلب ~~ω_A~~ ~~نقطه ω~~

V : نمی توان گفت سرعت خطی در مورد یک جسم است به جز یک حالت خالص که حرکت انتقالی باشد

$V_4 = 2 \frac{cm}{sec}$

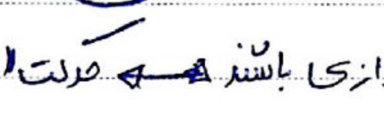
در حرکت انتقالی بردارهای سرعت تمام نقاط جسم بردارهای موازی و مساوی اند

انتقالی



$$\vec{V}_A = \vec{V}_B = \vec{V}_C = \vec{V}_D$$

بردارهای سرعت دو نقطه از یک جسم مساوی و موازی باشند ← حرکت انتقالی



$\vec{V}_A = \vec{V}_B \Rightarrow$ انتقالی $\omega = 0$

انتقالی → همواره $\vec{V}_A = \vec{V}_B$ ← مستقیم الخط / منحنی الخط

انتقالی → در لحظه ای $\vec{V}_A = \vec{V}_B$

Subject
Date

35 6 28

بردار مستقیم‌ها: چهار انگشت دست راست در جهت ها انگشت شست جهت ها را مشخص می کند. انگشت شست راست در جهت بردار اول

(ω) $\vec{V}_A = \vec{\omega} \times \vec{r}$ ← گ دست راست چهار انگشت در جهت بردار دوم (r)

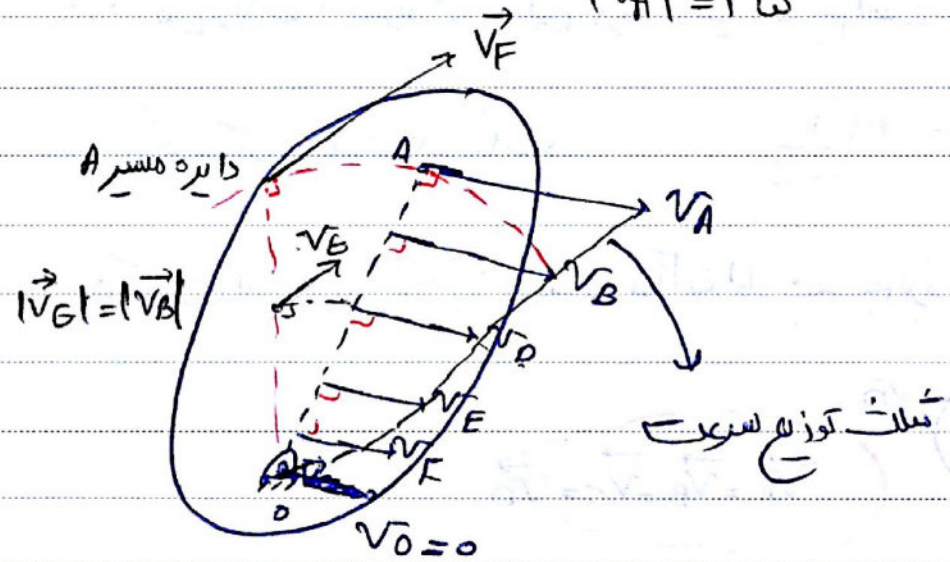
ابتدا مرکز دوران

انتها نقطه مورد نظر (OA)

۹۰ درجه چرخش ۴ انگشت دست راست.

جهت V_A وابسته به جهت ها است:

$$|\vec{V}_A| = r\omega$$

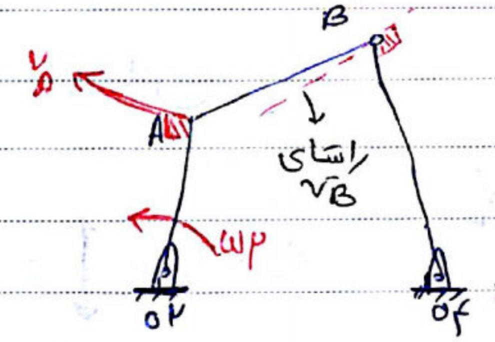


$$|\vec{V}_F| = |\vec{V}_A| = r\omega$$

$\vec{V}_F \neq \vec{V}_A$ چون جهت تفاوت دارد

PAPCO

اندازه بردار سرعت کلیه نقاط روی دایره با هم برابرند.



$V_B \perp O_4B$

$|\vec{V}_B| = O_4B \times \omega_4$

فعلاً نمی‌توانیم در مورد جهت V_B نظر بدهیم زیرا ω_4 مشخص نیست

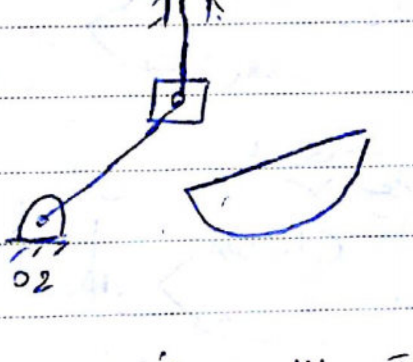
$\vec{V}_A \perp O_2A$ $\quad |\vec{V}_A| = O_2A \times \omega_2$

تست شماره ۱) گزینه ۱) گزینه ۳ مفصل مرتبه بالا استفاده شده است ← X

تست شماره ۲) مادامی که مرکز انحنا مشخص نیست ← میله نمی‌تواند باشد ← گزینه ۳ رد می‌شود.

گزینه ۱ رد می‌شود زیرا در شکل مشخص شده است.

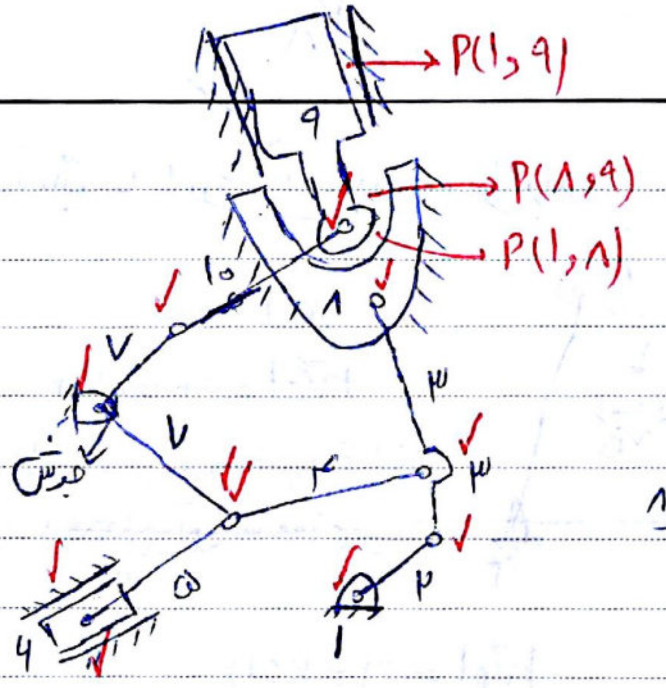
لغزنده باید در مرکز انحنایی از سطوح تماس باشد



گزینه ۲ و ۳ خاطر مفصل مرتبه بالا رد می‌شود
مرکز انحنای هردو سطح مشخص است

Subject

Date



(پاسخ سؤال شماره ۹)

جواب خاص

حرکت عضو ۸ ↕ 8

حرکت عضو ۹ ↕ ۹

$n = 10$

$f_1 = 14$

$F = 3(10-1) - 2 \times 14 = 27 - 28 = -1$

مفصل اضافی داریم
از مفاصل P یکی اضافه است

$f_1 = 26$

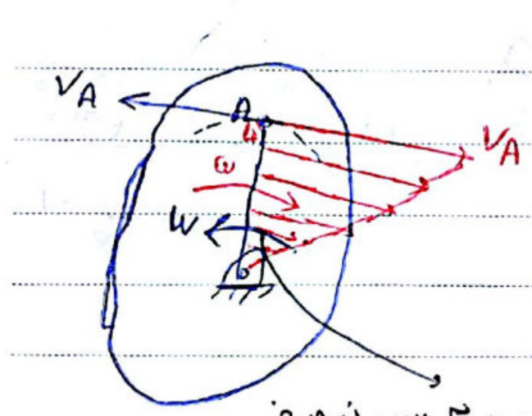
$F = 27 - 26 = 1$

ادامه تحلیل سینماتیک:

انواع حرکت ها:

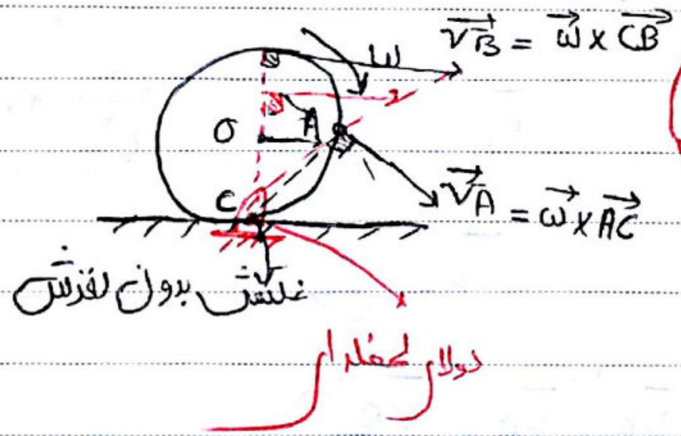
- انتقالی
  - خالص
    - مستقیم الخط
    - منحنی الخط
  - لحظه ای ($\omega = 0$)
- دورانی
  - دائمی: مرکز دوران نقطه ای مشخص روی محیط است ← همواره جابه جا نشدن
  - لحظه ای
    - مرکز دوران نقطه ای مشخص روی محیط است
    - " " جابه جا در صفحه ← ترکیبی
    - مرکز دوران جابه جا می شود.
- ترکیبی

P4PCO



اندازه و جهت هر نقطه در حرکت دورانی وابسته به اندازه و جهت سرعت زاویه ای است.

تحلیل حرکت دورانی لحظه‌ای (غلتش بدون لغزش) ≡ نقطه تماس



$\vec{V}_B = \vec{\omega} \times \vec{CB}$

$\vec{V}_A = \vec{\omega} \times \vec{AC}$

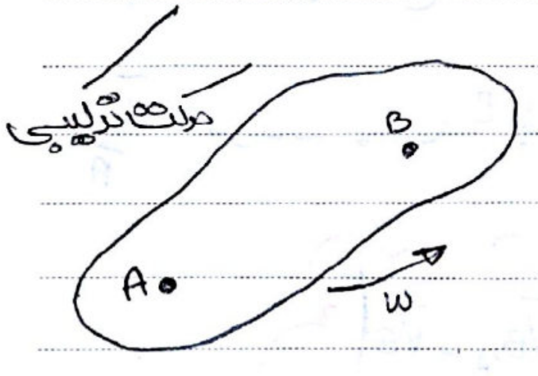
مرکز دوران ← نقطه ای سرعت آن در یک لحظه صفر باشد

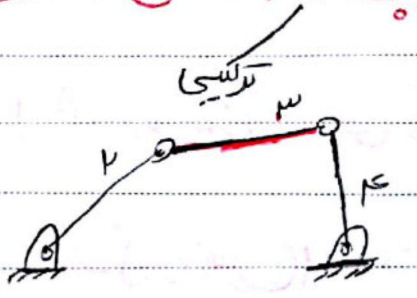
$V_C = 0$ ← مرکز دوران لحظه‌ای

$|V_A| = AC \times \omega$ $\qquad$ $\vec{V}_O = \vec{\omega} \times \vec{CO}$

$|V_B| = 2r \times \omega$ $\qquad$ $|V_O| = r \times \omega$

حرکت ترکیبی: (انتقالی + دورانی)





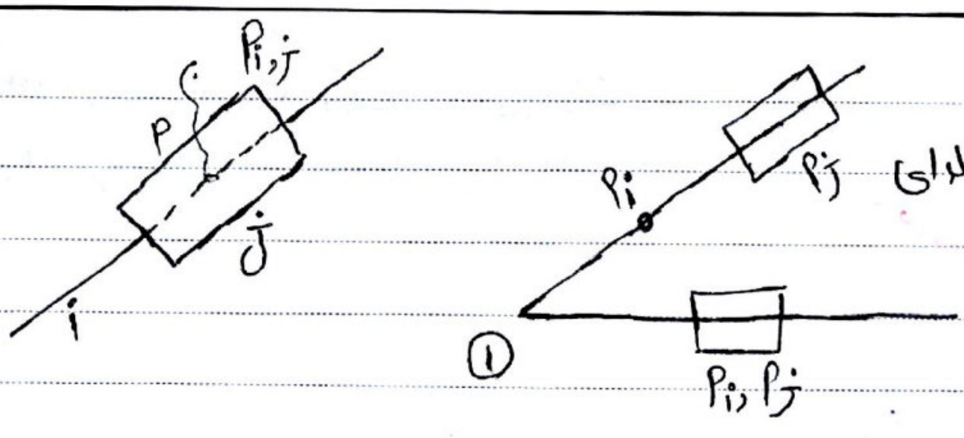
اعضای کاپلر (تساوی) حرکت ترکیبی انجام می دهند

$\vec{V}_B \overset{?}{=} f(V_A)$

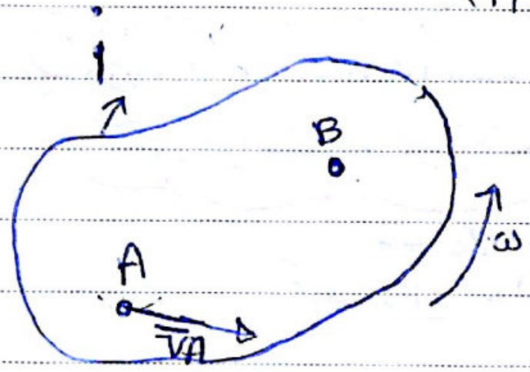
بررسی سرعت های چند نقطه روی یک جسم صلب:

Subject
Date

بررسی سرعت یک نقطه متعلق لحظه‌ای از چند عضو



ارتباط سرعت دو نقطه مختلف (A, B) از یک جسم صلب (i):



$\bar{V}_A =$ معلوم (معلوم است اندازه و جهت)

$\bar{V}_B =$ مجهول

$$\bar{V}_B = \bar{V}_A + \bar{V}_{B/A}$$

$\bar{V}_B$: سرعت مطلق نقطه B

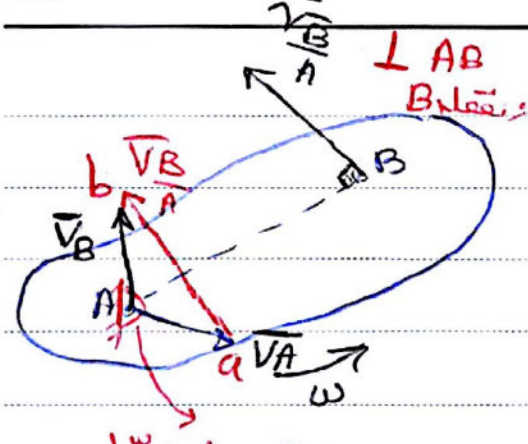
$\bar{V}_A$: سرعت مطلق نقطه A

A و B متصل به یک جسم صلب اند

$\bar{V}_{B/A}$: سرعت نسبی B نسبت به A (A را مرکز دوران دائمی می‌گیریم یعنی لولای متصل به زمین) سرعت مطلق B را با فرض A مرکز دوران دائمی بدست آورده به همان $\bar{V}_{B/A}$ است

$$\bar{V}_{B/A} = \bar{V}_B \Big|_A$$

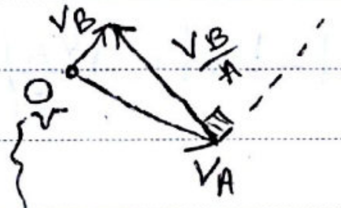
لولای متصل به زمین باشد



$$|\bar V_{B/A}| = AB \cdot \omega$$

از انتهای $\bar V_A$ ، $\bar V_{B/A}$ را رسم کرده و از ابتدا $\bar V_A$ به انتهای $\bar V_{B/A}$ وصل می‌کنیم و $\bar V_B$ بدست می‌آید.

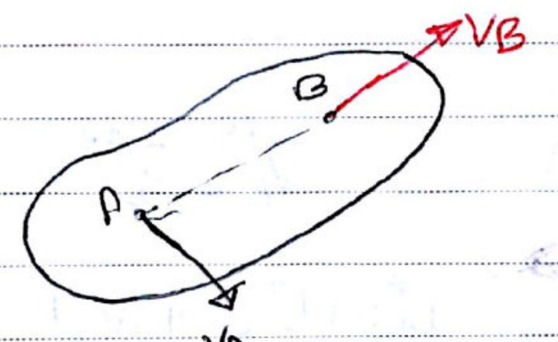
a: انتهای بردار $\bar V_A$ b: انتهای بردار $\bar V_B$



معمولاً بردارهای سرعت مطلق از O_V و بردارهای سرعت نسبی از انتهای بردارهای مطلق رسم می‌شود

O_V: قطب دیاگرام سرعت‌ها

$O_V = 0$ سرعت = سرعت صفر زمین



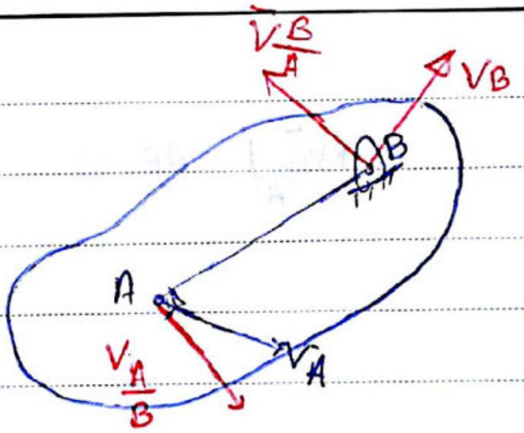
$$\bar V_B = \bar V_A + \bar V_{B/A}$$

$\bar V_A$: انتقال نقطه B را مشخص می‌کند

$\bar V_{B/A}$: دوران نقطه B را مشخص می‌کند

Subject
Date

$$\bar{V}_A = \bar{V}_B + \bar{V}_{A/B}$$



$$\left|\bar{V}_{\frac{B}{A}}\right| = \left|\bar{V}_{\frac{A}{B}}\right| = AB \cdot \omega$$

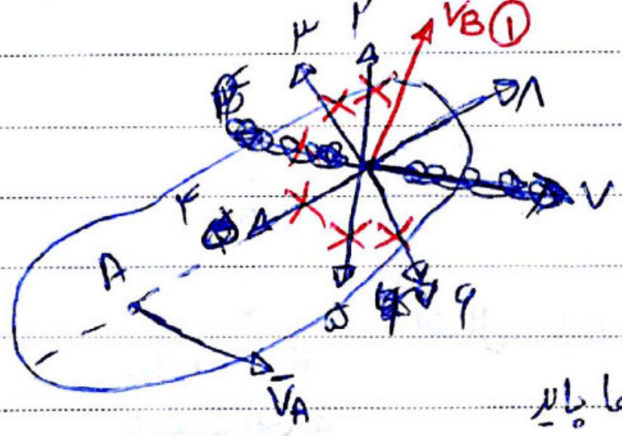
$$\bar{V}_B = \bar{V}_A + \bar{V}_{\frac{B}{A}} \Rightarrow \bar{V}_B - \bar{V}_A = \bar{V}_{\frac{B}{A}} \Rightarrow \left|\bar{V}_B - \bar{V}_A\right| = \left|\bar{V}_{\frac{B}{A}}\right| = AB \cdot \omega$$

~~$|\bar{V}_B| - |\bar{V}_A| = |\bar{V}_{\frac{B}{A}}|$~~

$$\Rightarrow \omega = \frac{|\bar{V}_B - \bar{V}_A|}{AB}$$

$$\omega \text{ سرعت زاویه‌ای} = \frac{\text{اندازه اختلاف برداری سرعت مطلق دو نقطه از یک جسم}}{\text{فاصله دو نقطه}}$$

$$\omega = \frac{|\bar{V}_A - \bar{V}_B|}{AB}$$



جسم صلب $\bar{V}_A^{AB} = \bar{V}_B^{AB}$

۱ و V و ۸ می‌توانند باشند

در جسم صلب تصاویر مولفه‌ها باید
در هر راستای دو نقطه با هم یکی باشند

PAPCO

$$\bar{V}_A = V_A^{AB} + \bar{V}_A^{\perp AB}$$

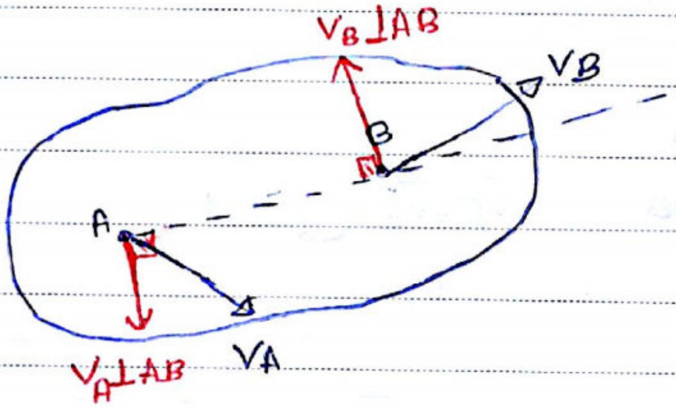
$$\bar{V}_B = \bar{V}_B^{AB} + \bar{V}_B^{\perp AB}$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{\left| \bar{V}_B^{AB} + \bar{V}_B^{\perp AB} - \bar{V}_A^{AB} - \bar{V}_A^{\perp B} \right|}{AB}$$

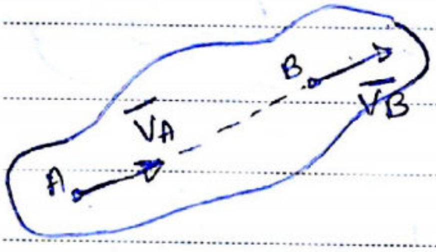
$$\Rightarrow \omega = \frac{\left| \bar{V}_B^{\perp AB} - V_A^{\perp AB} \right|}{AB}$$

اندازه‌ی اختلاف برداری مؤلفه‌های سرعت مطلق = سرعت زاویه‌ای

تقاطع در راستای عمود بر خط واصل آن‌ها تقسیم بر فاصله‌ی آن‌ها



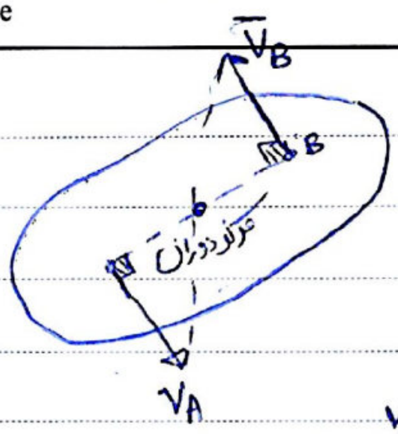
حالت خاص



$\bar{V}_A = \bar{V}_B$ حرکت انتقالی

$$\omega = \frac{\left| \bar{V}_A^{\perp AB} - \bar{V}_B^{\perp AB} \right|}{AB} = 0$$

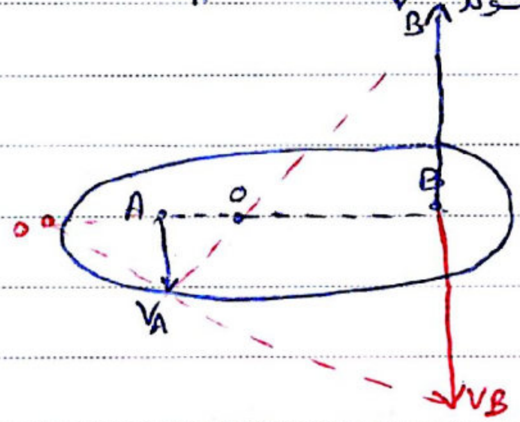
Subject
Date



$|\bar V_A| = |\bar V_B|$ در راستای AB انتقالی ندارد.

$$\omega = \frac{|V_A^{\perp AB} - V_B^{\perp AB}|}{AB} = \frac{2\times|\bar V_A|}{AB}$$

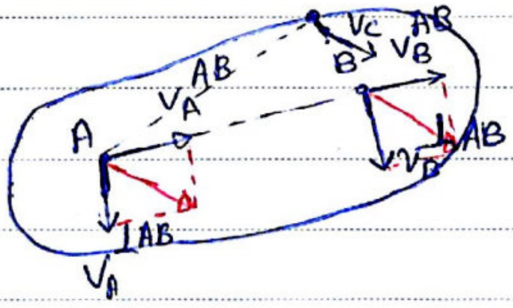
دو بردار از هم دور می شوند



در راستای AB انتقالی ندارد

$$① : \omega = \frac{|\bar V_A| + |\bar V_B|}{AB}$$

$$② : \omega = \frac{|\bar V_B| - |\bar V_A|}{AB}$$



انتقالی $\bar V_A = \bar V_B$

$\omega = 0$

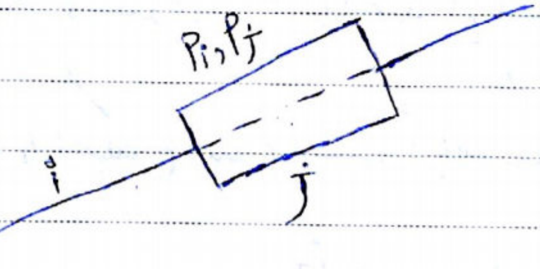
اگر V_C مانند V_A و V_B باشد می توان گفت حرکت انتقالی داشته است زیرا ۳ نقطه یک شرایط را دارند

$$\omega = \frac{|V_A^{\perp AB} - V_B^{\perp AB}|}{AB} = 0$$

مؤلفه‌های عمود بر خط واصل دو نقطه از یک جسم صلب معرف دوران جسم می باشد

ارتباط سرعت نقاط منطبق لحظه‌ای یک نقطه از چند جسم صلب

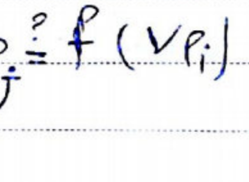
* مفاصل کشویی   * کلیه مفاصل مرتبه بالا



P نقطه منطبق لحظه‌ای

P_i: نقطه منطبق لحظه‌ای متصل به عضو i

P_j: نقطه منطبق لحظه‌ای متصل به عضو j



$B_i = B_j = B$

$\Rightarrow \bar{V}_{B_i} = \bar{V}_{B_j} = \bar{V}_B$

$V_{P_j} \stackrel{?}{=} f(V_{P_i})$

V_{P_i}: سرعت مطلق نقطه P متصل به عضو i

V_{P_j}: سرعت مطلق نقطه P متصل به عضو j

$$\bar{V}_{P_j} = \bar{V}_{P_i} + \bar{V}_{P_j/P_i}$$

$\bar{V}_{P_j/P_i}$: سرعت نقطه P_j به P_i
(سرعت نسبی)
(V_{rel})

PAPCO

Subject
Date

VP_1 : معلوم

VP_J : مجهول

$\frac{VP_J}{P_1}$: عضوی که P_1 به آن متصل است یعنی عضو ۱ را فیکس در نظر گرفته و سرعت نقطه P_J را با فیکس شدن عضو ۱ بدست می‌آوریم همان $\frac{\bar{V}P_J}{P_1}$ است

در اکثر موارد اندازه $\frac{VP_J}{P_1}$ مجهول ولی راستای آن معلوم است.

حل کردن برای حرکت را علم برداری حداکثر باید دو مجهول داشته باشیم.

جهت اندازه ← باید راستا معلوم باشد

$$\vec{V}P_J = \vec{V}P_1 + \frac{\vec{V}P_J}{P_1}$$

(✓✓ ، ?✓ راستا)

راستای V_B باید معلوم باشد

$$\bar{V}_B = \bar{V}_A + \bar{V}\frac{B}{A}$$

(✓ ، ✓✓ ، ? → $\omega \cdot AB$ ، $\perp AB$)

$\bar{V}\frac{B}{A}$: حرکت دورانی حول A

$\bar{V}\frac{P_J}{1}$ = حرکت عضو J با فیکس شدن عضو ۱

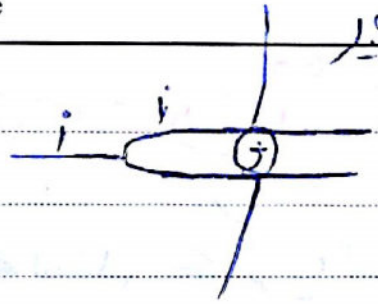
$$\overline{VP_1} = \overline{VP_J} + \frac{VP_1}{P_J}$$

عضو J فیکس و ۱ حرکت کند

VP_1 در این حالت همان $\frac{VP_1}{P_J}$ است

$$\bar{V}P_1P_J = VP_1\Big|_J \text{ فیکس}$$

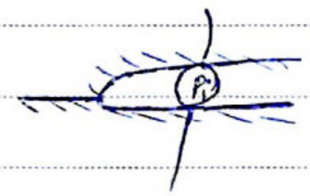
$$\bar{V}P_JP_1 = VP_J\Big|_1 \text{ فیکس}$$



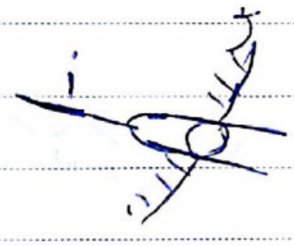
الف) $\bar{V}_{P_i} = \bar{V}_{P_j} + \bar{V}_{P_i/P_j}$

ب) $\bar{V}_{P_j} = \bar{V}_{P_i} + \bar{V}_{P_j/P_i}$ ✓

أ) فیکس



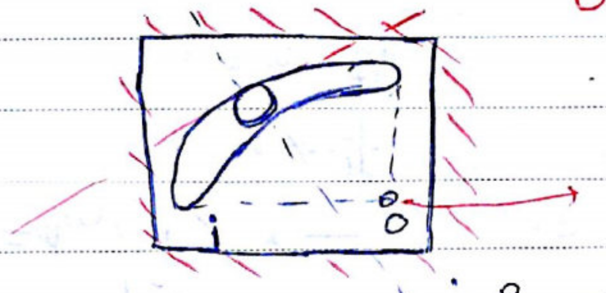
V_{P_j/P_i} ⟷



V_{P_i/P_j} راستا معلوم

بیشتر

P_j/P_i راستا ؟



مرکز انحنا P_j/P_i

أ: فیکس ⇐ صفحه فیکس مرکز انحنا O مرکز P_j نسبت به P_i ز

V_{P_j/P_i} راستا معلوم

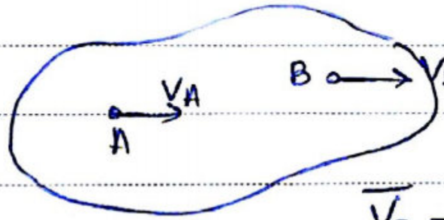
ز فیکس مرکز انحنا P_i نسبت به P_j معلوم نیست ⟸ راستا V_{P_i/P_j} مجهول

P4PCO

حرکت انتقالی لحظه‌ای: در یک لحظه بردارهای سرعت موازی و مساوی باشند ← حرکت انتقالی

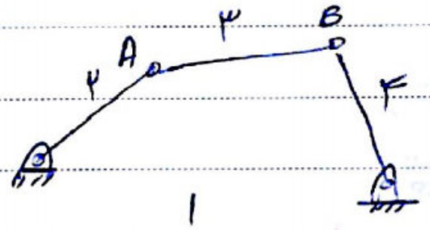
لحظه ⟸ در یک لحظه $\omega = 0$ در لحظه قبل یا بعد $\omega \neq 0$

بردارهای سرعت تمام نقاط جسم در یک لحظه مساوی و موازی‌اند



$\overline{V_B} = \overline{V_B}$

انتقالی لحظه‌ای ← ترکیبی

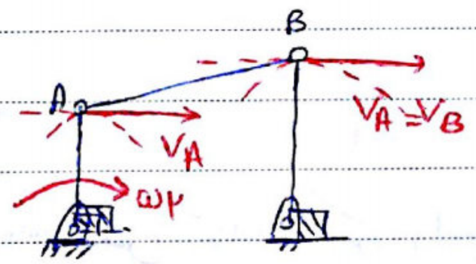


اگر در یک لحظه $\overline{V_B} = \overline{V_A}$

حرکت انتقالی لحظه‌ای است.

$\frac{d\theta}{dt} = \omega = 0$

$\frac{d\omega}{dt} \neq 0$



→ $\omega_3 = 0$ در این لحظه

هرگاه در حرکت ترکیبی راستای بردار سرعت دو نقطه از جسم، موازی باشد جسم حرکت انتقالی لحظه‌ای انجام دهد و لذا سرعت دو نقطه در آن لحظه برابرند

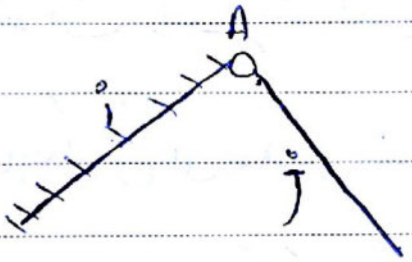
$\overline{V_A} = \overline{V_B}$

$\alpha = 0$ (همواره) و $\omega = 0$ (همواره) حرکت انتقالی دائمی

$\alpha \neq 0$ و $\omega = 0$ (در همان لحظه) حرکت انتقالی لحظه‌ای

مرکز آنی سرعت:

مرکز آنی سرعت برای حداقل دو جسم تعریف می‌شود و یک جسم به تنهایی مرکز آنی ندارد.



$\bar{V}_{A_i} = \bar{V}_{A_j}$

$V_{A_{j/i}} = V_{A_{i/j}} = 0$ حرکت انطباقی

سرعت A_i نسبت به A_j

سرعت A_j نسبت به A_i

مرکز آنی سرعت دو عضو عبارتست از نقطه مشترک بین دو عضو که سرعت نسبی دو عضو در آن نقطه صفر باشد و به عبارتی سرعت‌های مطلق نقاط متصل به اعضا در آن نقطه برابر باشند.

C مرکز آنی سرعت بین i و j

$\bar{V}_{C_i} = \bar{V}_{C_j}$

$\bar{V}_{C_{i/j}} = \bar{V}_{C_{j/i}} = 0$

Subject
Date

انواع مراکز انی < اولیه (مطلق) (از زمین) I_{12} و I_{13}
ثانویه (نسبی) هر دو عضو متحرکند I_{23} و I_{34}

در مراکز انی اولیه یک از اعضا زمین است

تقسیم بندی مراکز انی از نقطه نظر واضح و غیر واضح < واضح / غیر واضح

مراکز انی واضح با در اختیار داشتن اعضا به روشنی مشخص هستند و راه حل و روشی برای پیدا کردن آن ها نیاز نیست

مراکز انی غیر واضح : برای پیدا کردن آن ها نیاز به روش های خاص است و از شکل مکانیزم مشهود نیستند

مراکز انی در مکانیزم ها : بین هر دو عضو در مکانیزم یک مرکز انی وجود دارد. و بین دو عضو i و j مرکز انی ij وجود دارد که با ji یکسان است

$ij \equiv ji$

1, 2, 3 < $12 \equiv 21$, $13 \equiv 31$, $23 \equiv 32$

1, 2, 3, 4 < 12, 13, 14, 23, 34, 24 — 6 مرکز

برای مکانیزم n عضوی تعداد مراکز آنی سرعت (N) عبارت است از:

$$N=\frac{n(n-1)}{2}$$
(n ← تعداد عضو)

n	N
۳	۳
۴	۶
۵	۱۰
۶	۱۵

مراکز آنی واضح:

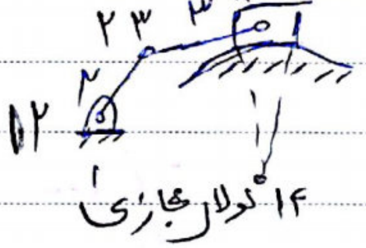
۱- مفاصل می توانند مرکز آنی باشند ولی همه مراکز آنی در مفاصل واقع نشده اند.

۱- لولا (R): هر لولای R یک مرکز آنی واضح است (مفصل دائمی - حقیقی - مجازی)

0/100

$N=۶$: ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۲۳، ۲۴، ۳۴

$\bar{V}_{O_2}\big|_2 = \bar{V}_{O_2}\big|_1 = 0$
شرط برابری کفایت می کند



$\bar{V}_{12}\big|_2 = \bar{V}_{12}\big|_1 = 0$
نسبی باید صفر باشد ولی عملا لزومی ندارد صفر باشد

$\bar{V}_{A_2} = \bar{V}_{A_3}$ لولا نمی تواند دو سرعت داشته باشد
$\Rightarrow$ A مرکز آنی ۳و۲

$\bar{V}_{23}\big|_2 = \bar{V}_{23}\big|_3 \neq 0$
مرکز آنی ۲۳

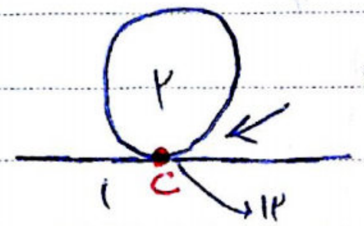
Subject
Date

$\bar{V}_{34}|_4 = \bar{V}_{34}|_4 \neq 0$ $\qquad$ $\bar{V}_{14}|_4 = \bar{V}_{14}|_1 = 0$

نقطه ۳۴ و منظور نسبی نیست

۲- غلتش بدون لغزش

۱۰۰/

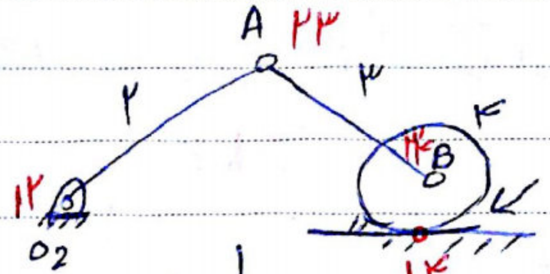


غلتش بدون لغزش

$\bar{V}_{c2} = \bar{V}_{c1} = 0$

c مرکز آنی سرعت ۱ و ۲

برای غلتش بدون لغزش مرکز آنی سرعت نقطه تماس دو عضو است.



غلتش بدون لغزش

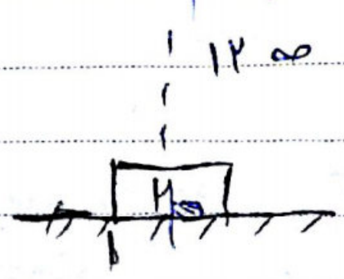
$n=4 \Rightarrow N=6$

۱۲ ✓
۱۳ ?
۱۴ ✓
۲۳ ✓
۲۴ ✓
۳۴ ?

۱۲ ∞

۳- مفصل کشویی

۱۰۰/

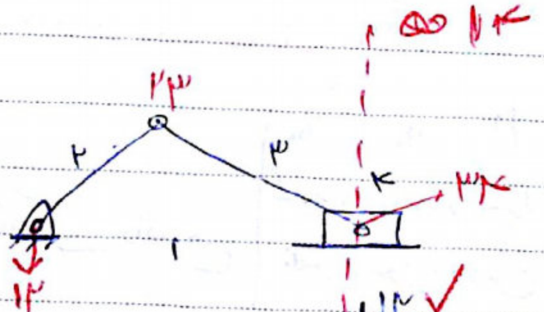


$n=2 \Rightarrow N=1$

۱۲ مرکز آنی بین ۱ و ۲ در بی‌نهایت است

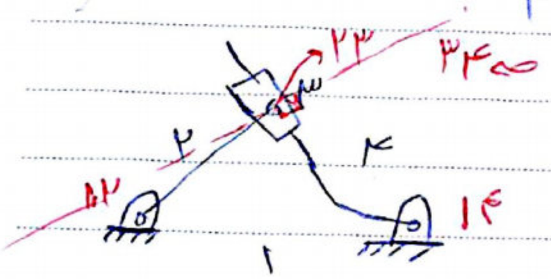
۱۲ ∞

برای مفاصل لغزشی محور آنی عمود بر مسیر لغزش و در بی‌نهایت است



$n = 4 \Rightarrow N = 6$

- ۱۲ ✓
- ۱۳
- ۱۴ ✓
- ۲۳ ✓
- ۲۴
- ۳۴ ✓



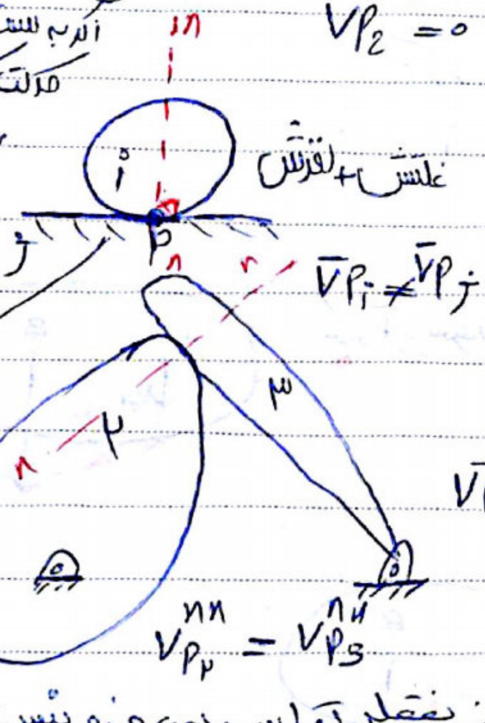
$n = 4 \Rightarrow N = 6$

- ۱۲ ✓
- ۱۳
- ۱۴ ✓
- ۲۳ ✓
- ۲۴
- ۳۴ ✓

اگر به سمت عمودی حرکت کند (جدا می‌شود) پس در راستای عمود سرعت صفر است.

$V_{P_2}^{nn} = 0$

۴- مفاصل مرتبه بالا:



$\bar{V}_{P_1} \neq \bar{V}_{P_2}$

$\bar{V}_{P_1}^{nn} = 0$

$\bar{V}_{P_2} \neq \bar{V}_{P_3}$ $\bar{V}_{P_2} \neq \bar{V}_{P_1}$

$V_{P_2}^{nn} = V_{P_3}^{nn}$

در مفصل مرتبه بالا مرکز آنی نقطه تماس دو عضو نیست

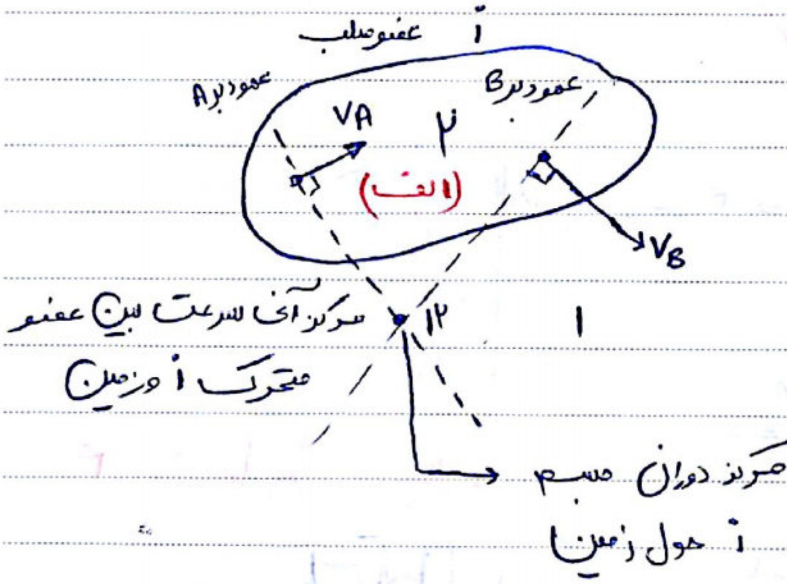
Subject
Date

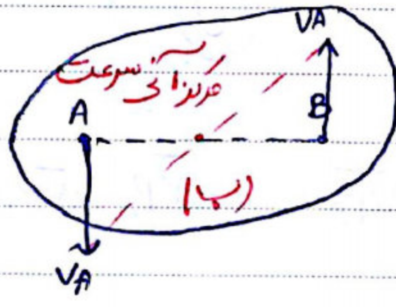
مرکز آنی سرعت در مفاصل مرتبه بالا بر اساس عمود مشترک سطوح تماس واقع است.

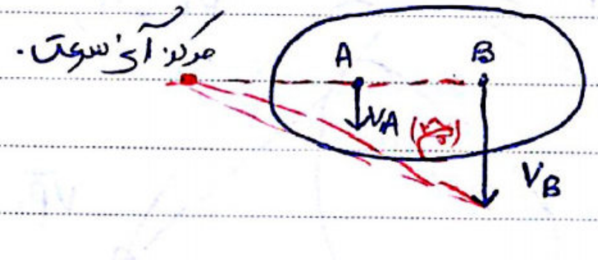
۵۰ درصد واضح است.

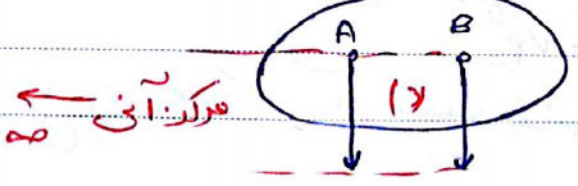
مراکز آنی واضح:
- لولا: محل لولا ۱۰۰٪
- کشویی: عمود بر مسیر لغزش ∞ ۱۰۰٪
- غلتش بدون لغزش نقطه تماس ۱۰۰٪
- مرتبه بالا روی عمود مشترک ۵۰٪

پیدا کردن مراکز آنی سرعت بین یک عضو متحرک و زمین (غیر واضح): (مرکز آنی اولیه)









در صورتیکه بردار سرعت دو نقطه از یک عضو (راستای بردار سرعت) معلوم باشند مرکز آنی سرعت از تلاقی عمودهای رسم شده از نقاط مذکور بر بردارهای سرعت بدست می آید.

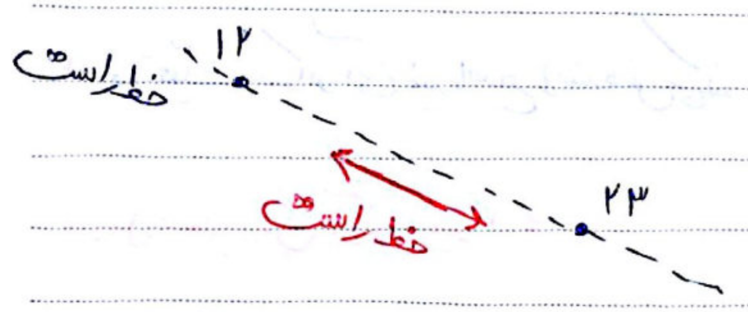
ب، ج، د) از تلاقی خط واصل انتهای بردارهای سرعت و خط واصل دو نقطه مرکز آنی بدست می آید.

مراکز آنی غیرواضح:

چهارمیله ای: ۱۳، ۲۴ مراکز آنی غیرواضح

لنگ و لغزنده: ۱۳، ۲۴

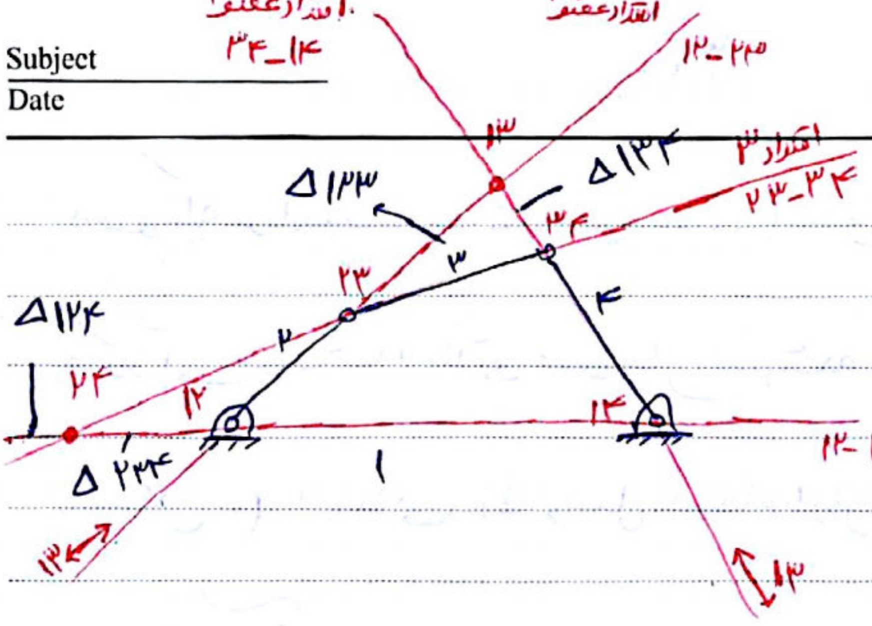
قضیه آرنهولد کندی: هرگاه سه عضو نسبت به همدیگر حرکت کنند (دو عضو ثابت نباشد) سه مرکز آنی آن‌ها را بر روی یک خط راست واقع اند.



عضو ۱، ۲، ۳ ← ۱۲ ✓، ۱۳ ؟، ۲۳ ✓

پیدا کردن مراکز آنی غیرواضح چهارمیله ای: ۱۳، ۲۴=؟

Subject
Date



$N = \frac{4 \times 3}{2} = 6$

۱۲ ✓ واضح
۱۳
۱۴ ✓
۲۳ ✓
۲۴
۳۴ ✓

سه عضوی که دوتا از آن ها ۱ و ۳ باشند (برای ۱۳)

۱ ۲ ۳ | ۱۲ واضح، ۱۳ ؟، ۲۳ واضح

۱ ۳ ۴ | ۱۳ ؟، ۱۴، ۳۴

پیدا کردن ۲۴

۱،۲،۴ ← ۱۲ ✓، ۱۴ ✓، ۲۴ ؟

۲،۳،۴ ← ۲۳ ✓، ۲۴ ؟، ۳۴ ✓

دیاگرام دایره ای:

۱- شماره ی مراکز آنی غیرواضح را مشخص می کند

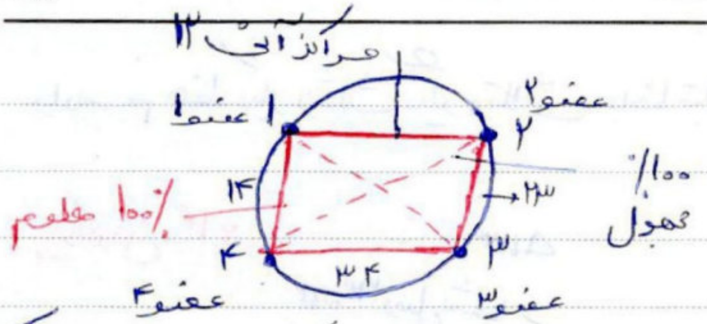
۲- موقعیت مراکز آنی غیرواضح را مشخص می کند

مراحل اعمال روش دیاگرام دایره ای:

۱- رسم دایره ای با شعاع دلخواه

۲- مشخص کردن اعضا به صورت نقطه (با شماره) روی محیط دایره

PAPCO



۳- مراکز آنی واضح را به صورت خط توپر اتصال دهنده دو مفصل در دیاگرام دایره ای رسم می کنیم

مراکز آنی غیر واضح مطلوب خط چینی هستند در شکل مشخص می کنیم. دیاگرام زمانی تکمیل می شود که از هر مفصل به تمام نقاط دیگر وصل شده باشد.

با خط توپر

خط توپر: ۱۰۰٪ معلوم، خط چین ۱۰۰٪ مجهول، خط نقطه ۵۰٪ معلوم (حالت ۴)

مراکز آنی واضح

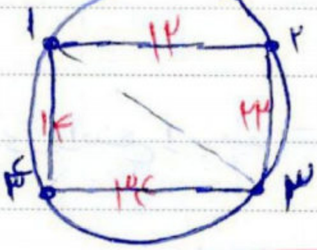
تا الان شماره مرکز آنی غیرواضح مشخص می شود

۴. پیدا کردن موقعیت مراکز آنی غیر واضح: هر مثلث در دیاگرام دایره ای بیان کننده قضیه کندی است. برای پیدا کردن مرکز آنی غیر واضح (خط چین) مثلث های با ضلع مشترک آن خط چین پیدا می کنیم که دو ضلع دیگرشان خط توپر باشد سپس هر مثلث به یک خط در شکل مکانیزم تبدیل می شود (دو ضلع توپر مثلث که دو مرکز آنی سرعت هستند را در مکانیزم به هم متصل می شود) و محلی که مرکز آنی غیر واضح روی آن قرار دارد بدست می آید

Subject
Date

هر مثلث یک خط، تلاقی دو خط ← مرکز آنی

با رسم خط دیگر از مثلث دیگر و تلاقی با خط قبلی، مرکز آنی غیر واضح بدست می‌آید.



پیدا کردن ۱۳:

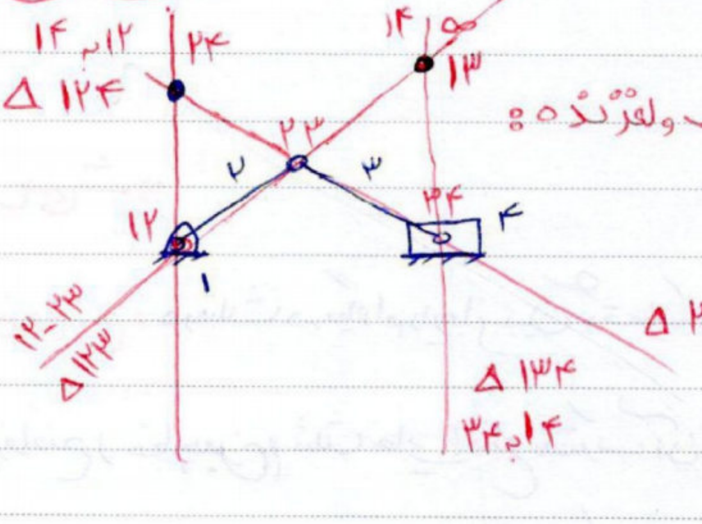
Δ۱۲۳ — ۱۲ به ۲۳ وصل شود
۱۳
Δ۱۳۴ — ۱۴ به ۳۴ وصل شود

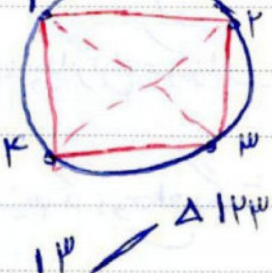
ضلع مشترک دو مثلث = تلاقی دو خط = مرکز آنی غیر واضح

	مکانیزم	دیاگرام دایره‌ای
مرکز آنی	نقطه	خط
عضو	خط	نقطه

(از ۱۲ قبلی به موازات ۱۴ رسم می‌کنیم)

لنگ و لغزنده:





۱۳:
Δ۱۲۳ — ۱۲ به ۲۳
Δ۱۳۴ — ۱۴ به ۳۴

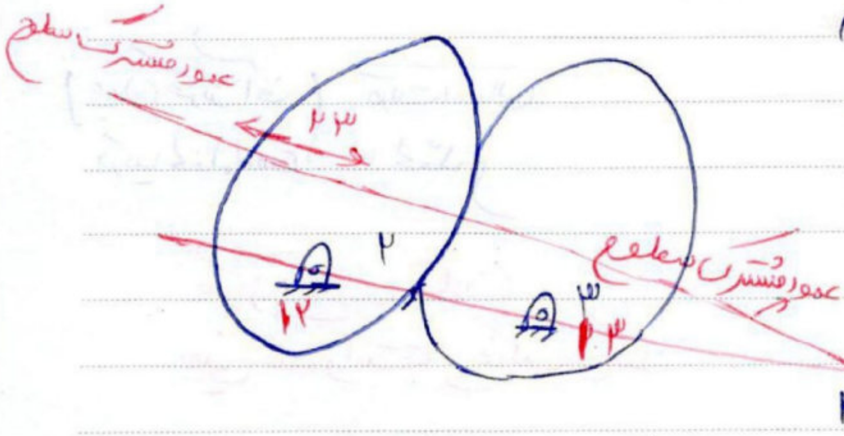
۲۴:
Δ۱۲۴ — ۱۴ از ۱۲ به موازات ۱۴ رسم شد
Δ۲۳۴ — ۲۳ به ۳۴ وصل شد

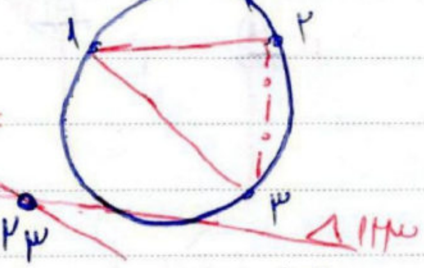
(امتداد عضو ۲)

PAPCO

۶×۲

$N = \frac{3\times 2}{2} = 3$

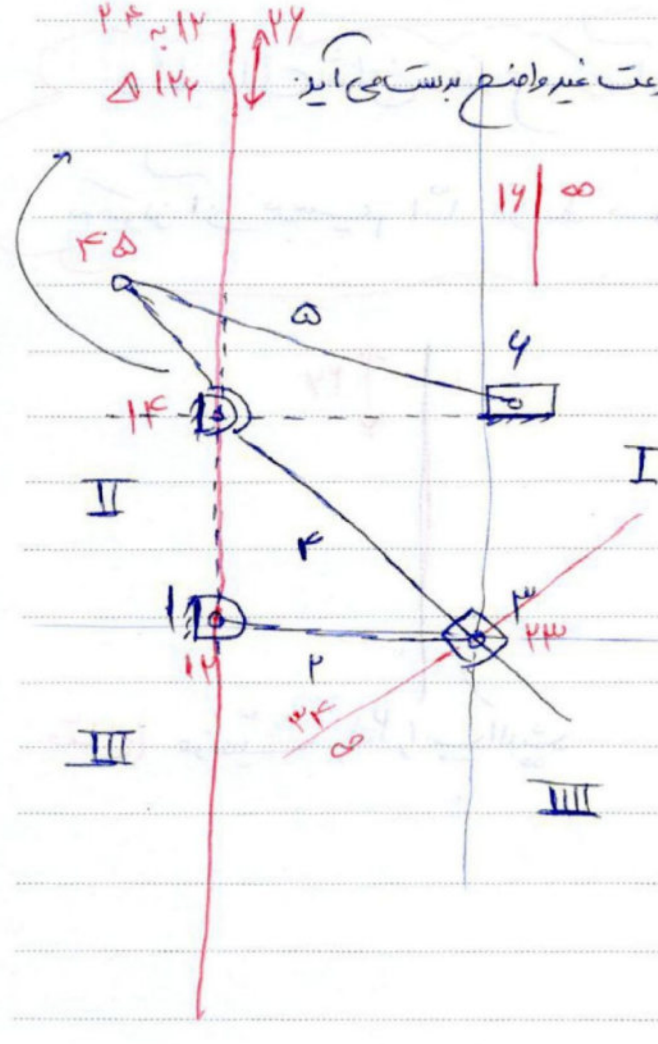


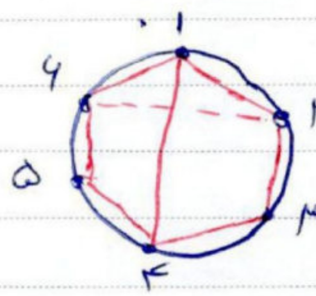


برای پیدا کردن مراکز آنی غیرواضح (حاصل مرتبه بالا) نیاز به یک مثلث داریم، که خط حاصل از آن مثلث

با عمودمشترک سطوح تماس تلاقی کند مرکز آنی سرعت غیرواضح بدست می آید.

مثال) مرکز آنی ۲۶ را پیدا کنید.





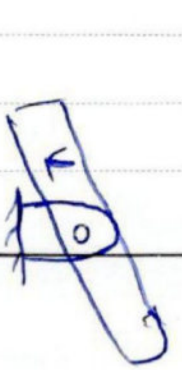
$N = \frac{6\times 5}{2} = 15$

تعداد مراکز آنی

۷ واضح

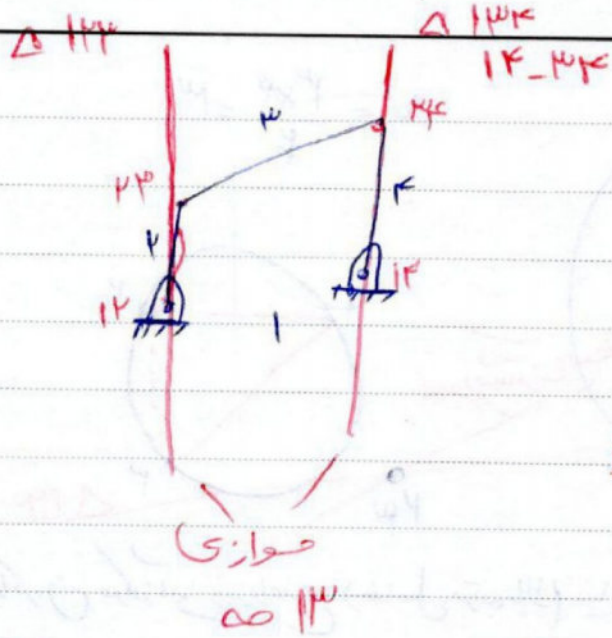
۸ غیرواضح

۲۴
↓
۱۵
↓
۲۵
↓
۲۶



بین ۱۴ و ۱۲ می افتد

Subject
Date



چون مرکز آنی حرکت انتقالی در تمام لحظات است لحظه‌ای

مرکز آنی در بی‌نهایت
یعنی عضو انتقالی حرکت می‌کند

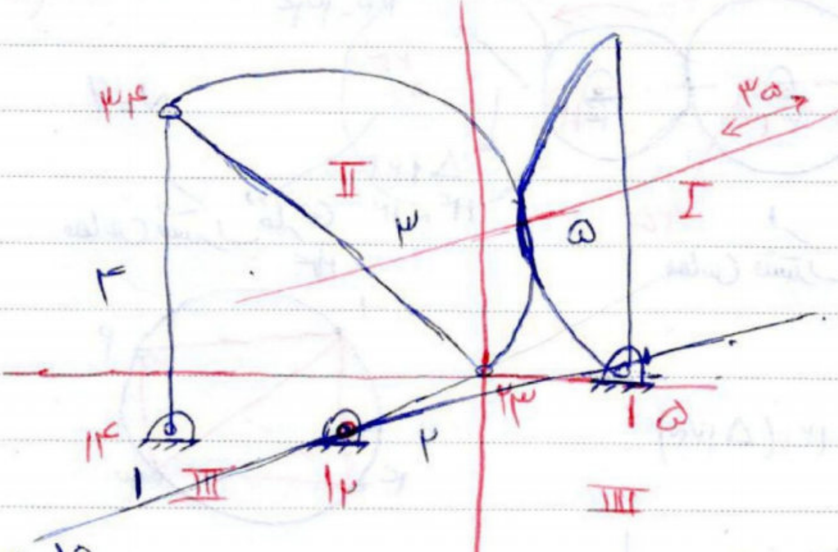
دو خط منطبق نشان دهنده مرکز آنی بی‌نهایت نیست. باستی از راه دیگری به مرکز آنی برسیم اما دو خط موازی ← مرکز آنی در بی‌نهایت

مثال) موقعیت ۲۵ را پیدا کنید

PAPCO

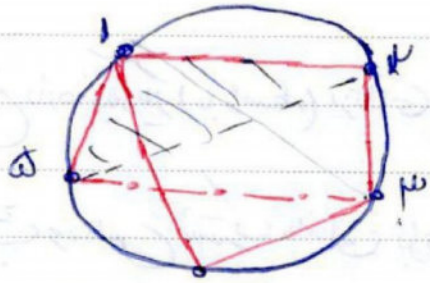
Subject دایره‌ای که حول مرکزش پین شوند ←
Date غلتش خالص دارند.

۴۰



۱۲-۱۵
۲۵ روی این خط قرار دارد.

$N = 10$



۱۳
↓
۳۵
↓
۲۵

برای ۳۵ به یک مثلث نیاز داریم.

مراکز آنی در چرخ دنده‌ها

محل تماس غلتش خالص است

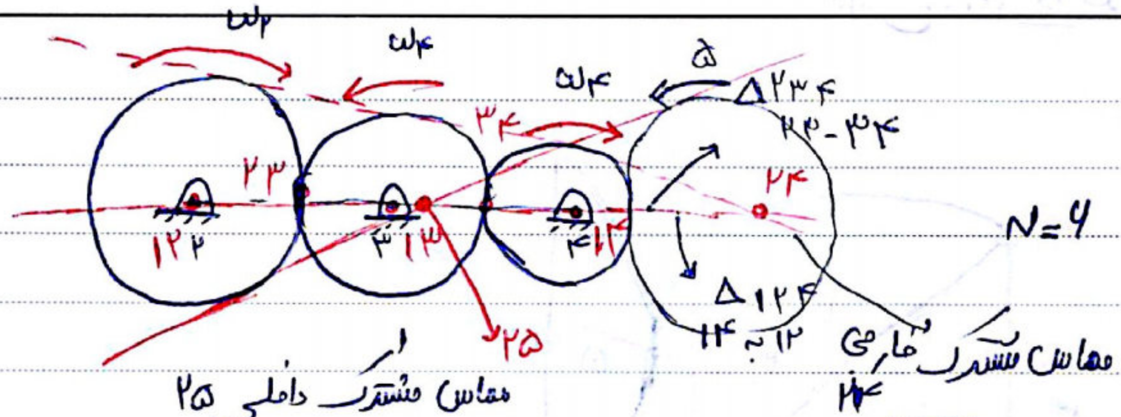
$N = \frac{3 \times 2}{2} = 3$

۱۲
۱۳
۲۳

در چرخ دنده‌ها مرکز آنی سرعت ثانویه بین دو چرخ دنده در نقطه تماس آن‌هاست.

Subject
Date

مثال)



۲۴ ← ۱۲ به ۱۴ وصل (Δ۱۲۴)

۲۴ ← ۲۳ به ۳۴ (Δ۲۳۴)

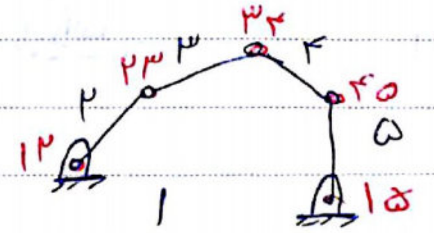
۲ و ۴ هم جهت اند

برای پیدا کردن مرکز آنی ثانویه بین دو چرخ دنده غیر درگیر (با واسطه) از تلاقی خط المرکزین با مماس مشترک خارجی برای چرخ دنده های هم جهت و مماس مشترک داخلی برای چرخ دنده های خلاف جهت استفاده می شود.

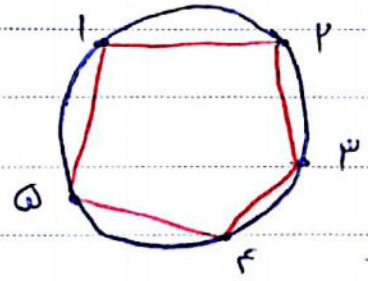
چرخ دنده ۲ و ۵ خلاف جهت می گردند.

با چرخ دنده های درگیر مشکلی نداریم و اگر چرخ دنده ها مستقیماً درگیر نباشند باید از مثلث (مستقیماً) استفاده کنیم

کندی در ارتباط با مراکز آنی است.



$N = 10$



نمی توان مرکز آنی بدست آورد
در دیاگرام دایره جواب نمی دهد

[illegible]

[illegible]

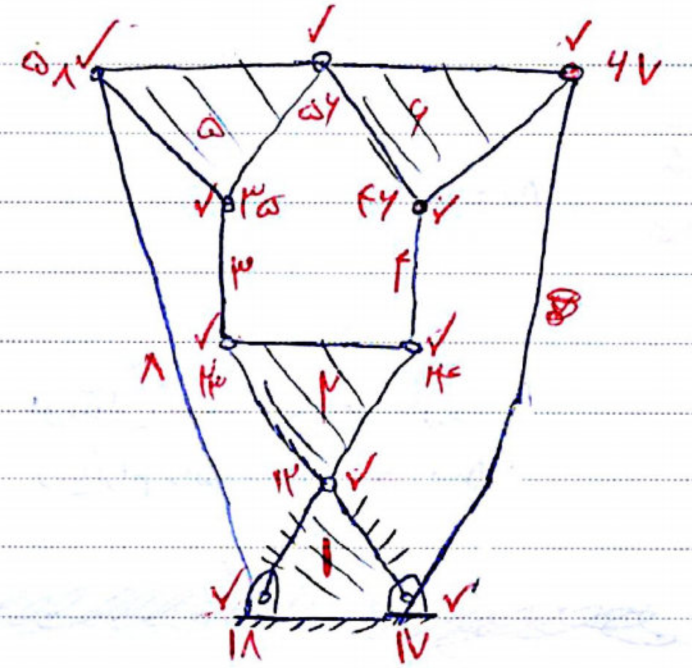
۱- برای مکانیزم هایی که بیش از یک درجه آزادی اند نمی توان تمام مراکز آنی سرعت را فقط با داشتن شکل هندسی مکانیزم بدست آورد بلکه بنابراین برای مبحث مراکز آنی ابتدا درجه آزادی مکانیزم را بدست می آوریم

$n = 5$, $f_1 = 5$ → $F = 12 - 10 = 2$

PAPCO

Subject
Date

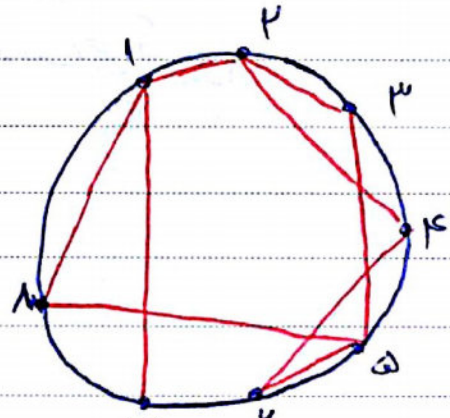
مراکز آنی سرعت را پیدا کنید.



$n = 8$

$f_1 = 10 \longrightarrow F = 21 - 20 = 1$

$f_2 = 0$



$N = \frac{8 \times 7}{2} = 28$

۱۸ غیر واضح — ۱۰ واضح

۲- مکانیزم های یک درجه آزادی نیز هستند که نمی توان تمام مراکز آنی سرعت را فقط با داشتن شکل هندسی آن ها بدست آورد

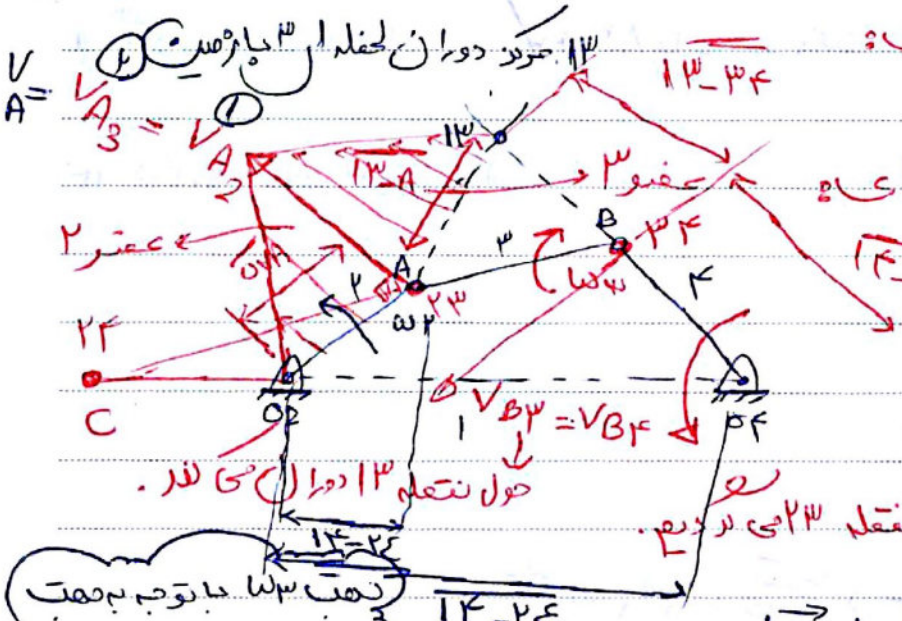
PAPCO

Subject
Date

برای رسیدن به هر جواب هر دو مبحث به اطلاعات سینماتیکی لازم است.

روش مرکز آنی در تحلیل سرعت:

تحلیل سرعت در مکانیزم چهارمیله‌ای:



ω_2 معلوم $\Rightarrow \omega_3, \omega_4 = ?$

$\omega_2 \xrightarrow{23} \omega_3$

جهت ω_3 با توجه به جهت VA_3 پیدا شده.

$|\vec{V}_{A2}| = |\vec{V}_{A3}|$ (سرعت مطلق)

$$O_2A\,\omega_2 = (\overline{13_A}) \times \omega_3$$

فاصله نقطه A تا مرکز دوران عضو ۳ (۱۳)

$$(\overline{12_23}) \times \omega_2 = (\overline{13_23}) \times \omega_3$$

$$\Rightarrow \omega_3 = \frac{\overline{12_23}}{\overline{13_23}}\,\omega_2$$

$$\omega_3 = f(\omega_2)$$

سه مرکز آنی

۱۲ و ۱۳ ← اولیه

مکانیزم اول سرعت خود را از عضو ۲ می‌گیرد.

۲۳ ← اولیه

VA_3 می‌خواهد حول ۱۳ دوران کند و سرعت را به وجود می‌آورد.

$\omega_2 \rightarrow VA_2 \rightarrow VA_3 \rightarrow \omega_3$

سرعت دورانی — سرعت خطی

Subject انگشت شصت داخل صفحه - چهار انگشت از ۱۳ به ۱۳
Date ۹۰ درجه جهت چرخش ← جهت V_{A3}

$\omega_2 = 10 \Rightarrow \omega_3 = ?$

۱) ω_3 ۵،۳ هم جهت با ω_2 ✓ ۱۲ ، ۸۳ خلاف جهت ω_2 ۱۳ ۱۲،۴۵ هم جهت با ω_2

۱۴ ۱۲،۴۵ خلاف جهت با ω_2

$$\omega_3 = \frac{\overline{I_{12} I_{23}}}{\overline{I_{13} I_{23}}} \omega_2$$

>1 از شکل مشخص است

$\omega_3 > \omega_2$ ← گزینه ۳ و ۴ رد می‌شود

$\omega_3 \to V_{B3} \to V_{B4} \to \omega_4$

$\omega_3 \to \omega_4$?

$\vec{V}_{B3} = \vec{V}_{B4}$

$|\vec{V}_{B3}| = |\vec{V}_{B4}| \Rightarrow \overline{I_{13} B}\ \omega_3 = \overline{I_{14} B} \times \omega_4$

$$\overline{I_{13} I_{34}} \times \omega_3 = \overline{I_{14} I_{34}} \times \omega_4 \Rightarrow \omega_4 = \frac{\overline{I_{13} I_{34}}}{\overline{I_{14} I_{34}}} \times \omega_3$$

>1 از روی شکل

$\omega_4 > \omega_3$

ω_3 و ω_4 خلاف جهت ω_2 و ω_4 هم جهت

$$\omega_4 = \omega_2 \times \frac{\overline{12-23}}{\overline{13-23}} \times \frac{\overline{13-34}}{\overline{14-34}}$$

$$\omega_2 \xrightarrow{24} \omega_4$$

نقطه مشترک بین ۲ و ۴ که باید سرعت مطلق آن ها برابر باشد.

$$\vec{V}_{C2} = \vec{V}_{C4}$$

$$C_2 \equiv C_4 = 24$$

$$\overline{O_2C} \times \omega_2 = \overline{O_4C} \times \omega_4$$

$$\overline{12-24} \times \omega_2 = \overline{14-24} \times \omega_4$$

$$\Rightarrow \omega_4 = \frac{\overline{12-24}}{\overline{14-24}} \times \omega_2 \Rightarrow \omega_4 < \omega_2$$

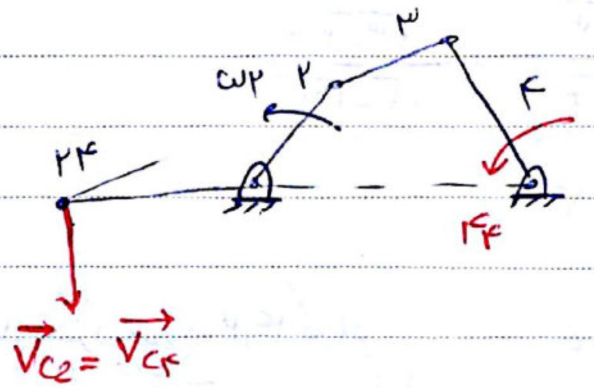
سرعت هر نقطه از یک عضو را ما اسیم می بینیم آن عضو حول کجا هر دوران می شود در

فاصله تا مرکز دوران ضرب می کنیم

مرکز آنی بین دو عضو:
- سرعت مطلق ها برابر
- سرعت های نسبی صفر

دو عضو متحرک وقتی مراکز آنی ها در بی نهایت مشود سرعت های برابر زاویه ای آنی ناسیونه دارند

برای عضو سرعت خطی نداریم



$$\omega_4 = \frac{\overline{12-24}}{\overline{14-24}}\,\omega_2$$

$\omega_2 \rightarrow V_{C2} \rightarrow V_{C4} \rightarrow \omega_4$

V_{C2} ↓ نقطه‌ای از عضو ۲ که حول ۱۲ دوران می‌کند

هرگاه عضو i و عضو j نسبت به هم دوران کنند (ωi و ωj سرعت زاویه‌ای دو عضو باشند)

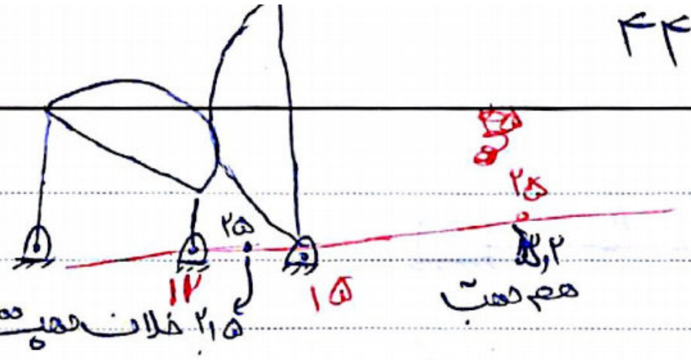
$$\omega_j = \frac{\overline{1i - ij}}{\overline{1j - ij}}\,\omega_i$$

1j و 1i : مراکز آنی اولیه

ij : مرکز آنی ثانویه

نکته: هرگاه مرکز آنی ثانویه ij بین مراکز آنی اولیه 1i و 1j قرار گیرد دو عضو خلاف یکدیگر و در صورتی که خارج از آن‌ها قرار گیرد دو عضو هم جهت اند.

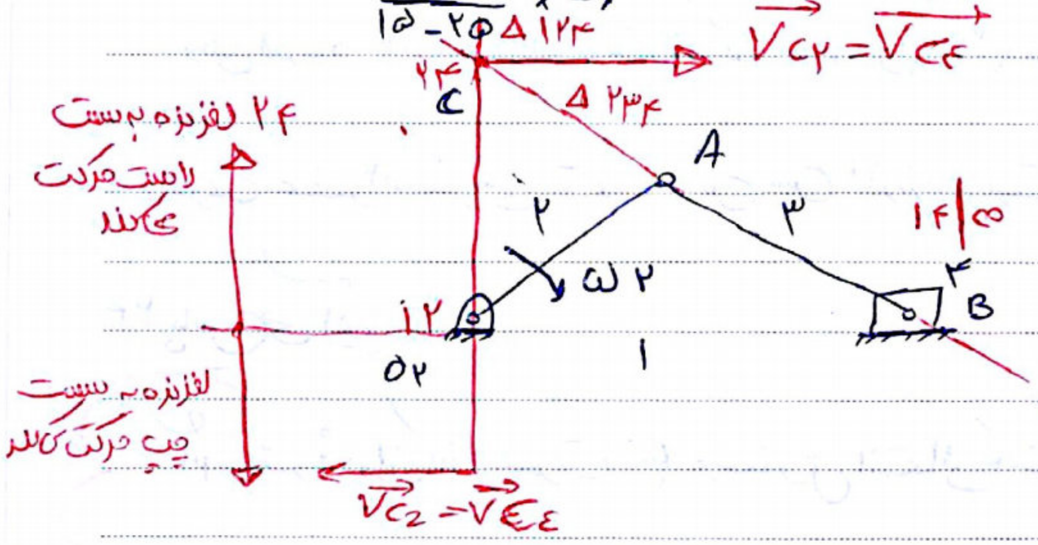
Subject
Date



$\omega_2 = ✓ \Rightarrow \omega_5 = ?$

$\omega_5 = \frac{\overline{12-25}}{\overline{15-25}} \times \omega_2$

همین بردار را به روی لغزنده منتقل می کنیم



$\omega_2 = ✓ \Rightarrow V_4 = ?$

زیرا عضو ۴ حرکت انتقالی دارد

$\omega_2 \xrightarrow{24} V_4$

نقطه متصل به عضو ۲ و ۴ است.

۲۴ نقطه مشترک دو عضو است

$\vec{V}_{C2} = \vec{V}_{C4}$

$|\vec{V}_{C2}| = |\vec{V}_{C4}|$

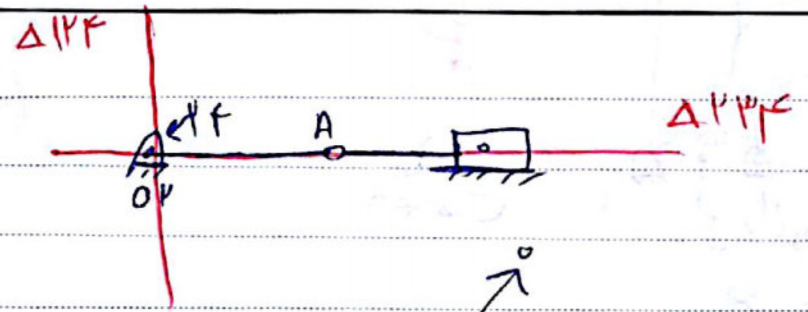
V_{C4} چون متصل به لغزنده است سرعت آن دقیقاً سرعت عضو ۴ است

$\overline{O_2C} \times \omega_2 = V_4$

$\overline{12-24} \times \omega_2 = V_4$

Subject
Date

مثال)



$$V_4 = (\overline{12 - 24}) \times \omega_2 = 0$$

وقتی لغزنده B به سمت راست حرکت می کند مرکز آنی ۲۴ پایین می آید و روی O۲ می افتد

و سرعت عضو ۴ صفر می شود و از این پس لغزنده به سمت چپ حرکت می کند و مرکز آنی

۲۴ پایین می آید.

اگر عضو i دوران کند با سرعت ω_i و عضو j انتقالی حرکت کند با سرعت V_j و ij ها معلوم

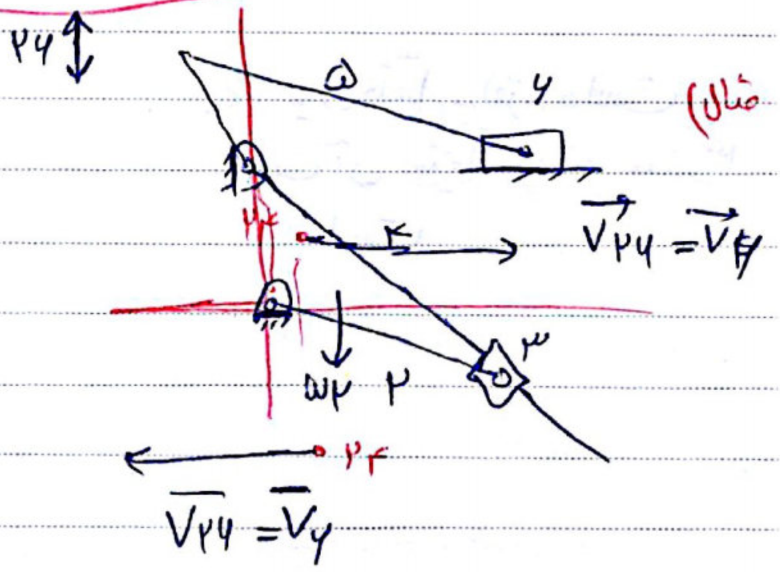
باشد داریم:

$$V_j = (\overline{1i - ij})\, \omega_i$$

مثال)

$$\omega_2 = \checkmark \Rightarrow V_6 = ?$$

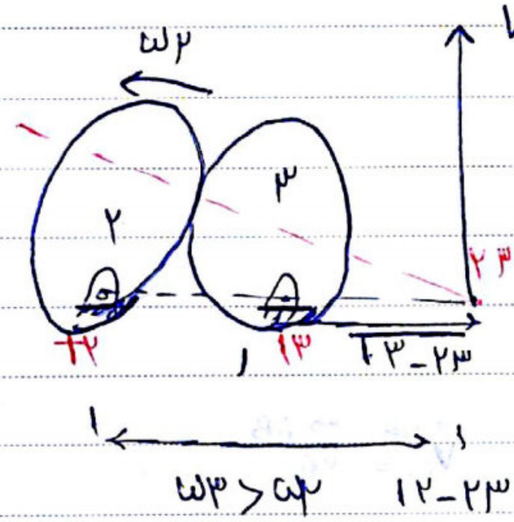
$$V_6 = \omega_2 (\overline{12 - 26})$$



P4PCO

مثال ۱

$\omega_2 = 1 \Rightarrow \omega_3 = ?$



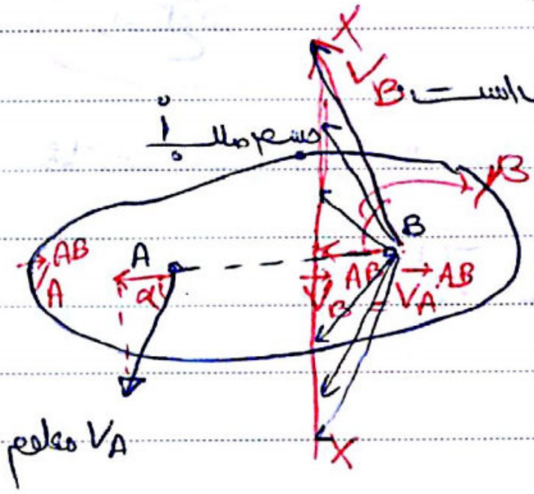
$$\omega_3 = \omega_2 \times \frac{\overline{12-23}}{\overline{13-23}}$$

۲۳ خارج از ۱۲ و ۱۳ قرار گرفته ← هم جهت

روش تصویر بردار سرعت در تحلیل سرعت:

تحلیل بردار سرعت در ارتباط با جسم صلب مطرح می باشد (جسم تغییر شکل ندارد)

فاصله‌ی بین دو نقطه از یک جسم صلب همواره ثابت است.



جسم صلب: $\vec{V}_A^{AB} = \vec{V}_B^{AB}$

$$|\vec{V}_A^{AB}| = |\vec{V}_B^{AB}| = V_A \cos\alpha$$

فرض می‌کنیم $0 < \alpha < 90$

همه‌ی این بردارها می‌توانند V_B باشند ولی فقط یکی V_B است که با شرایط مسئله مشخص می‌شود

$$|\vec{V}_B^{AB}| = |\vec{V}_A^{AB}| = V_A \cos\alpha$$

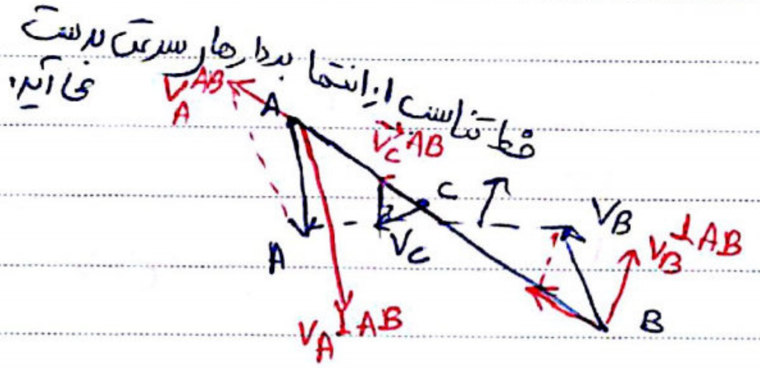
از هندسه‌ی شکل

$$|\vec{V}_B| = \frac{|\vec{V}_B^{AB}|}{\cos\beta} = \frac{V_A \cos\alpha}{\cos\beta} = |\vec{V}_A| \times \frac{\cos\alpha}{\cos\beta}$$

Subject
Date

بردار ← مؤلفه
↓
ضرب در
کسینوس زاویه

بردار ← مؤلفه
↓
تقسیم بر کسینوس زاویه



$$\vec{V}_C^{AB} = \vec{V}_A^{AB}$$

از انتها مؤلفه یک عمود رسم کرده تا خط تناسب را قطع کند

خط تناسب بین دو بردار مطلق رسم می شود.

$$\vec{V}_A = \vec{V}_A^{AB} + \vec{V}_A^{\perp AB} = \vec{V}_A^{tr} + \vec{V}_A^{rot}$$

انتقالی (tr) دورانی (rot)

انتقالی : tr : AB

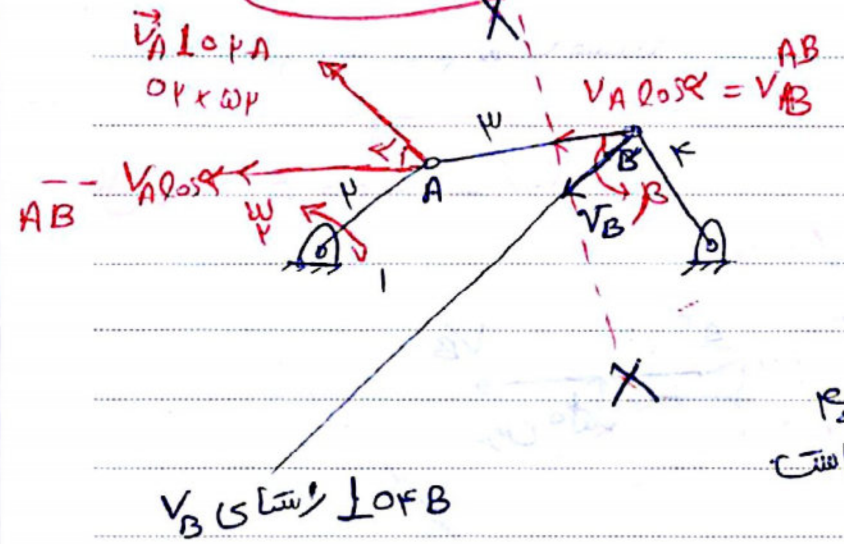
دورانی rot : $\perp AB$

مؤلفه های سرعت در راستای خط واصل دو نقطه از یک جسم صلب برابرند و مؤلفه های عمود بر خط واصل معرف دوران می باشد.

PAPCO

$$\omega = \frac{|\vec V_A^{\perp AB} - \vec V_B^{\perp AB}|}{AB} \qquad \vec V_A^{AB} = \vec V_B^{AB}$$

مثال) $\omega_4 = ?$



$$\omega_4 = \frac{V_B}{O_4B}$$

↓

باید به سرعت یک نقطه از عضو ۴ برسیم که بهترین نقطه V_B است

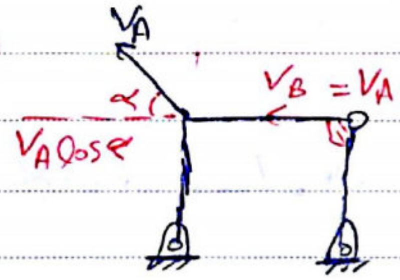
زوایای α و β را مسئله به ما داده است

$$O_4B \times \omega_4 = V_B = \frac{V_A \cos\alpha}{\cos\beta} = \omega_2 \times O_2A \times \frac{\cos\alpha}{\cos\beta}$$

$$\omega_4 = \omega_2 \times \frac{O_2A}{O_4B} \times \frac{\cos\alpha}{\cos\beta} \lessgtr 1$$

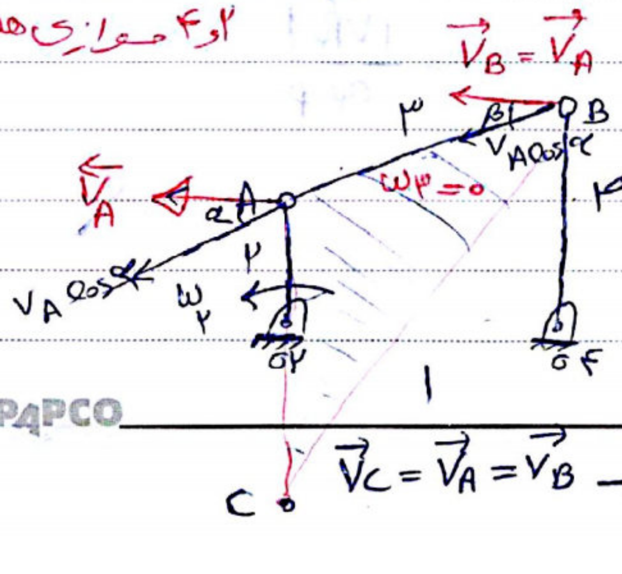
۱> فرض

$\alpha \ngtr \beta$ فرضاً



مثال) $\omega_2 \checkmark \to \omega_4 = ?$

۲ و ۴ موازی هستند.



عضو ۳ انتقالی خطی حرکت می‌کند

$$\vec V_A = \vec V_B$$

$$\vec V_B = \frac{\vec V_A \cos\alpha}{\cos\alpha = \cos\beta} = \vec V_A$$

P4PCO

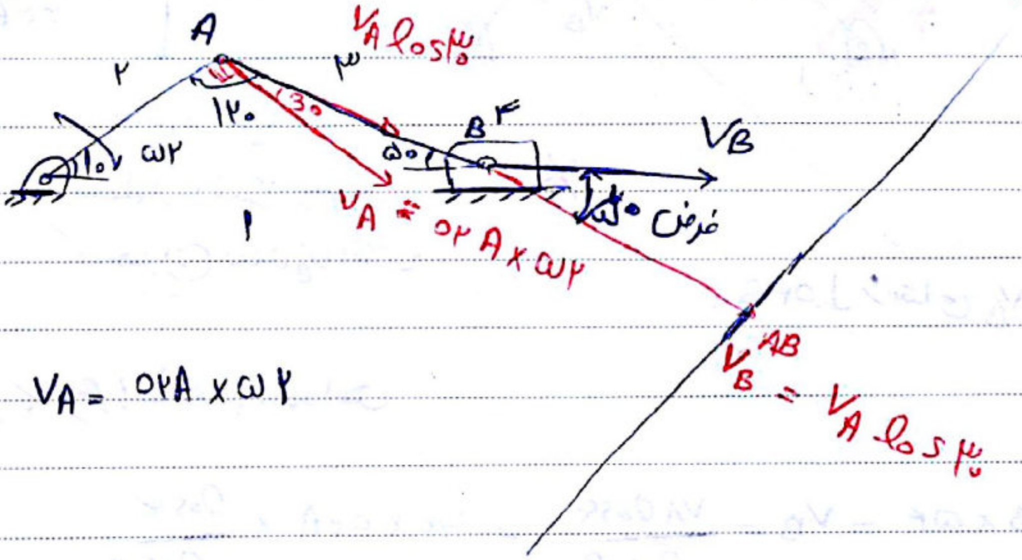
$$\vec V_C = \vec V_A = \vec V_B \to |V_C| = O_2A \times \omega_2$$

Subject
Date

$$\omega_4 = \frac{V_B = V_A = O_2A \times \omega_2}{O_4B} \Rightarrow \omega_4 = \omega_2 \times \frac{O_2A}{O_4B}$$

ω۲ و ω۴ هم جهت هستند.

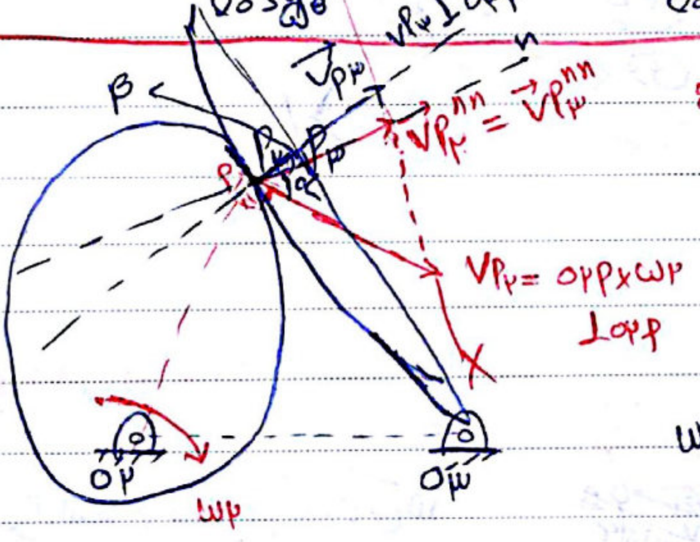
مثال: $\omega_2 \checkmark \rightarrow \omega_4 = ?$



$V_A = O_2A \times \omega_2$

$$V_B = \frac{V_A \cos 30}{\cos 50} = O_2A \times \omega_2 \times \frac{\cos 30}{\cos 50}$$

مثال: نقاط منطبق لحظه‌ای:



$\omega_2 = \checkmark \rightarrow \omega_3 = ?$

$$\omega_3 = \frac{|\vec V_{P_3}|}{O_3P}$$

n عمود مشترک
دو جسم در راستای
عمود مشترک
سطوح تماس
مولفه‌های
سرعت یکسانی
دارند

$\vec V_{P_2}, \vec V_{P_3}$

$$\vec V_{P_2}^{nn} = \vec V_{P_3}^{nn}$$

P4PCO

$$\omega_3 = \frac{V_{P_3}}{O_3P} = \frac{\frac{V_{P_3}}{\cos\beta}}{O_3P} = \frac{O_2P}{O_3P} \times \frac{\cos\varphi}{\cos\beta} \times \omega_2$$

مثال ۱)

لغزنده در هر مسیر لغزش کند

$\omega_2 = \checkmark \Rightarrow \omega_4 = ?$

لغزنده و مسیر لغزش سرعت ها و شتاب ها

زاویه ای یکسانی دارند

$\omega_3 = \omega_4$

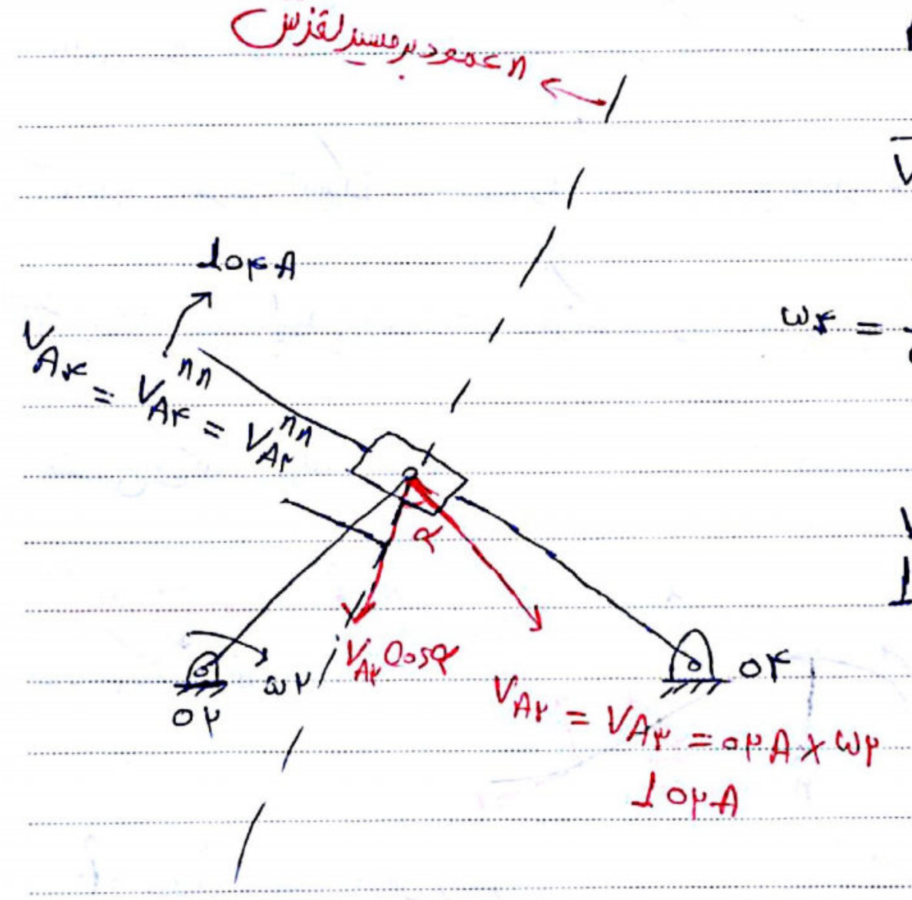
$\alpha_3 = \alpha_4$

$A_2 (= A_3), A_4$

$\vec{V}_{A_2} = \vec{V}_{A_3} , \vec{V}_{A_4}$

$\omega_4 = \frac{V_{A_4}}{O_4A}$

$V_{A_4} = V_{A_4}^{nn} = V_{A_2}^{nn}$
$\perp O_4A$



مولفه در راستای عمود بر مسیر لغزش برابرند

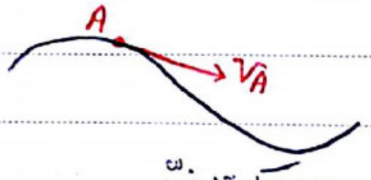
$V_{A_2}^{nn} = V_{A_4}^{nn}$

$$V_{A4} = \hat{V}_{A4} = O_2A \times \omega_2 \times \cos\varphi \Rightarrow \omega_4 = \omega_2 \times \frac{O_2A}{O_4A} \times \cos\varphi$$

تحلیل شتاب در انواع حرکت‌ها

شتاب: تغییرات بردار سرعت = بردار شتاب

بردار سرعت همواره مماس بر مسیر حرکت است.



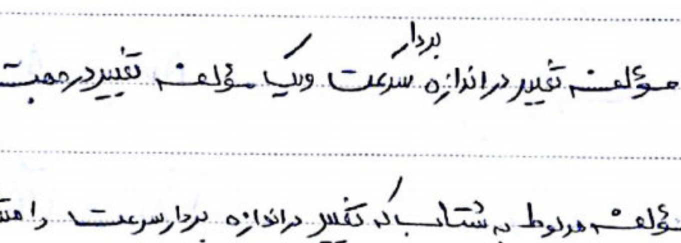
چون شتاب تغییرات بردار سرعت می باشد و کمیت برداری شامل اندازه و جهت است لذا شتاب در شرایطی دارای دو مولفه است یک مولفه تغییر در اندازه بردار سرعت و یک مولفه تغییر در جهت بردار سرعت را مشخص می کند

اگر اندازه بردار سرعت تغییر نکند مولفه مربوط به شتاب که تغییر در اندازه بردار سرعت را مشخص می کند صفر است

اگر راستای (جهت) بردار سرعت تغییر نکند مولفه مربوط به شتاب که تغییر در جهت بردار سرعت را مشخص می کند صفر است.

نقطه عطف: جهت تقعر و تحدب عوض می شود.

دستگاه مختصات $\hat{n}-\hat{t}$:
با جسم حرکت می کند

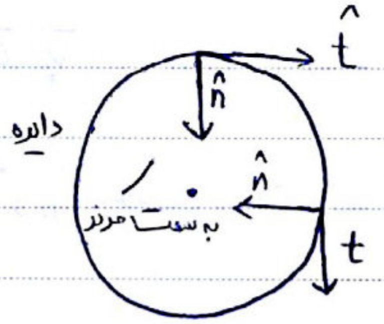


$\hat{t}$: برداری که در جهت مماس بر مسیر

$\hat{n}$: برداری که در جهت عمود بر مسیر (به سمت مرکز انحنا مسیر)

* حرکت دایره‌ای :

n به سمت مرکز دایره است.



n: normal

t: tangent

شتاب نقطه A $\vec a_A = \vec a_A^n + \vec a_A^t$

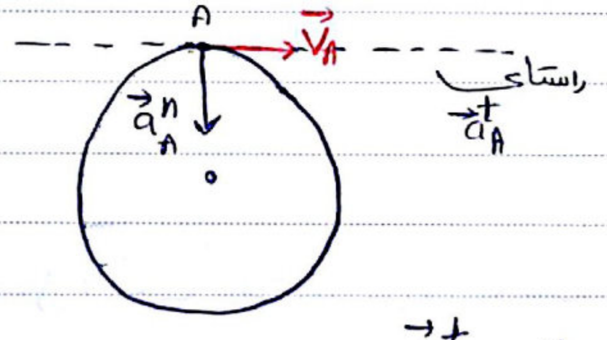
$\vec a_A^n$ ← مولفه عمودی شتاب A

$\vec a_A^t$ ← مولفه مماسی شتاب A

$$\vec a_A = |\vec a_A^n|\,\hat n + |\vec a_A^t|\,\hat t$$

مولفه عمودی شتاب : همواره به سمت مرکز انحنا مسیر

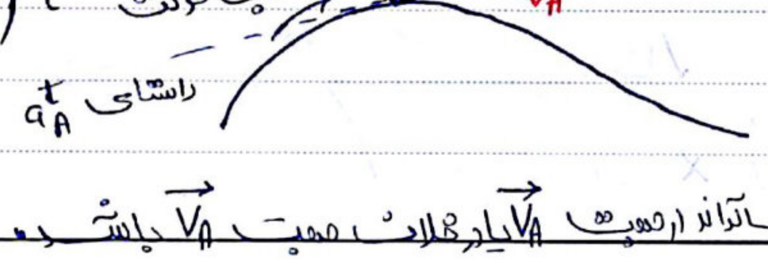
مولفه مماسی شتاب : همواره مماس بر مسیر حرکت (هم راستا با بردار سرعت)



مولفه مماسی ← تغییر در اندازه بردار سرعت $\vec a_A^t$

مولفه عمودی ← تغییر در جهت بردار سرعت $\vec a_A^n$

$$\vec a_A^t = \left(\frac{d}{dt}|\vec V_A|\right)\hat t$$



a_A^t می‌تواند در جهت $\vec V_A$ یا در خلاف جهت $\vec V_A$ باشد.

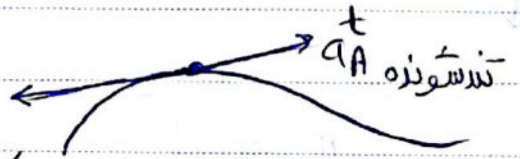
PAPCO

Subject

Date

$\vec{a}_A^t$ و $\vec{V}_A$ هم جهت ← حرکت تندشونده ← افزایش اندازه سرعت

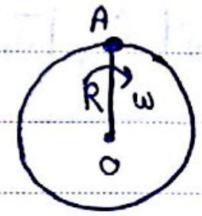
$\vec{a}_A^t$ و $\vec{V}_A$ خلاف جهت هم ← حرکت کندشونده ← کاهش اندازه سرعت



از روی بردار شتاب نمی‌توان نحوه‌ی حرکت مسیر را مشخص کرد.

و از روی بردار سرعت می‌توان جهت حرکت مسیر را مشخص کرد.

$$\vec{a}_A^n = \frac{V_A^2}{\rho}\hat{n}$$



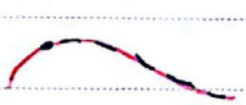
~~دایره‌ای $a_A^n = R\omega^2\hat{n}$ (ذره)~~

ذره حرکت زاویه‌ای ندارد

جهت $\vec{a}_A^n$ مستقل از جهت حرکت ذره می‌باشد همواره به سمت مرکز انحنای مسیر است.

حرکت های ذره در صفحه A

حرکت مستقیم الخط ذره ✓



حرکت منحنی الخط ذره ✓

$\vec{a}_A^t = 0 \Rightarrow |\vec{V}_A| = cte$ (ثابت)

حرکت مستقیم الخط ✓

~~حرکت منحنی الخط~~ ✗

$\vec{a}_A^n = 0 \Rightarrow$ راستای $\vec{V}_A$ ثابت

(فقط در نقطه عطف صفر می‌شود)

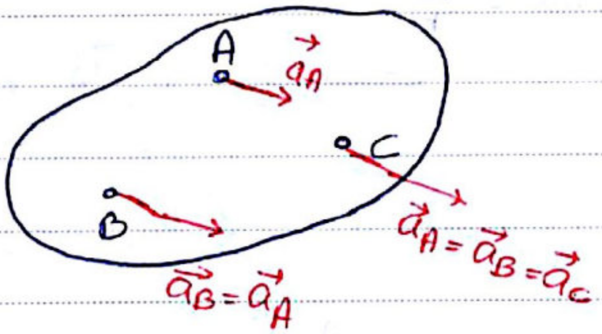
Subject

Date

α و ω هم جهت ← حرکت تند شونده   ۵۰/

α و ω خلاف جهت ← حرکت کند شونده

الف) شتاب در حرکت انتقالی خالص (حرکت جسم صلب مستقیم الخط - منحنی الخط)



$\omega = 0$ همواره

$\alpha = 0$ همواره

شتاب زاویه‌ای

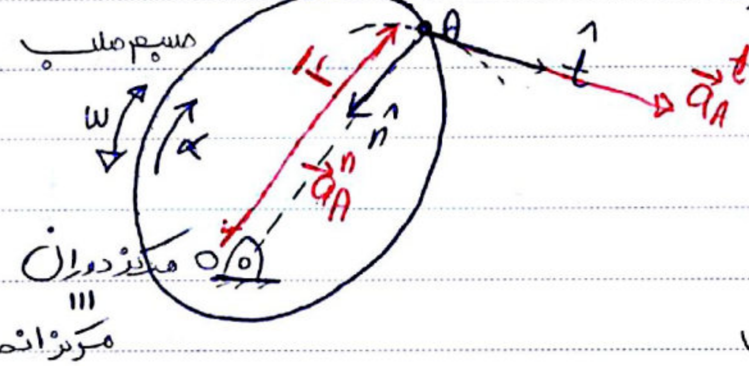
$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \ddot{\theta}$$

در حرکت انتقالی خالص بردارهای کلیه نقاط [illegible] مساوی و موازی هستند.

$$\vec{a}_A = \vec{a}_B = \vec{a}_C = \dots$$

ب) شتاب در حرکت دورانی:

مرکز دوران همواره نقطه‌ای است ثابت



چون کلیه نقاط جسم در این حالت دایره‌ای حول O دارند پس O مرکز دوران همان مرکز انحنای مسیر کلیه نقاط است.

جهت α جهت $\vec{a}_A^t$ را تعیین می‌کند و ω ملاک نیست و $\vec{a}_A^n$ همواره به سمت مرکز انحنا است

جهت $\vec{a}_A^n$ به ω بستگی ندارد.

$$\vec{a}_A = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^t$$

$$\vec{a}_A^n = \bar{\omega} \times (\underbrace{\bar{\omega} \times \bar{r}}_{\bar{V}_A})$$

$$\vec{a}_A^t = \bar{\alpha} \times \bar{r}$$

PAPCO

Subject
Date

جهت ۴ انگشت سوی از ۹۰ درجه چرخش ← $\square = \omega \times OA$
جهت چهار انگشت سوی ↓ جهت انگشت شست سوی

$\vec{a}_A^n$: جهت $\vec{a}_A^n$ مستقل از جهت ω می باشد چون همواره به سمت مرکز انحنای مسیر است

$$|\vec{a}_A^n| = r\omega^2 = OA \times \omega^2 = \frac{V_A^2}{r}$$

اما اندازه $\vec{a}_A^n$ به ω وابسته است.

مؤلفه ی عمود به واسطه اینکه بردار سرعت تغییر جهت می دهد نمی تواند صفر باشد.

اگر $\omega = 0$ باشد $\Leftarrow a_A^n = 0$

در حرکت دورانی مؤلفه ی عمودی هیچ گاه نمی تواند صفر باشد
$\omega \neq 0$

$\vec{a}_A^t$: مؤلفه مماسی شتاب A

جهت $\vec{a}_A^t$ به جهت α وابسته است که همواره در راستای مماس بر مسیر (هم راستا با سرعت) است.

هم جهت $\vec{V}_A$ و $\vec{a}_A^t$: تند شونده

خلاف جهت $\vec{V}_A$ و $\vec{a}_A^t$: کند شونده

a_A^t و a_A^n بر هم عمود اند.

اگر $\alpha = 0 \Rightarrow |a_A^t| = 0$
↓
$\omega = cte$

$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = 0$

$$|\vec a_A| = \sqrt{|\vec a_A^n|^2 + |\vec a_A^t|^2}$$

اگر $\omega =$ ثابت $\Longleftarrow$ $\vec a_A = \vec a_A^n$

ج) شتاب در حرکت ترکیبی:

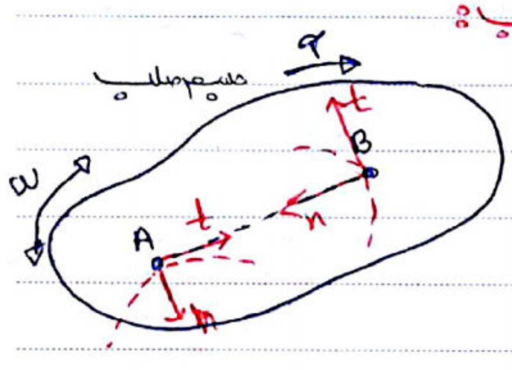
* بررسی شتاب دو نقطه از یک جسم صلب ⟵ a_{cor} ندارد
* بررسی شتاب یک نقطه (منطبق لحظه‌ای) از دو جسم صلب

سرعت:

$$\vec V_B = \vec V_A + \vec V_{B/A}$$

$$\vec V_{P_j} = \vec V_{P_i} + \vec V_{P_j/P_i}$$

تحلیل شتاب در حالت بررسی دو نقطه از یک جسم صلب:



جهت اندازه — جهت اندازه — جهت اندازه

$$\vec a_B = \vec a_A + \vec a_{B/A}$$

فرض ؟؟ ✓✓ ✓✓

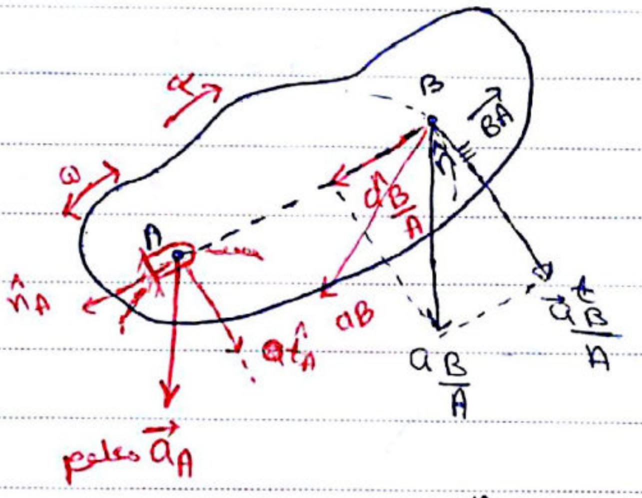
$\vec a_A$: شتاب مطلق نقطه A

$\vec a_B$: شتاب مطلق نقطه B

$\vec a_{B/A}$: شتاب B نسبت به A (شتاب نسبی)

$$\vec a_B^n + \vec a_B^t = \vec a_A^n + \vec a_A^t + \vec a_{B/A}^n + \vec a_{B/A}^t$$

n و t هر کدام با هم فرق دارند A روی مسیر خودش حرکت می‌کند و B روی مسیر خودش



$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}^n_{B/A} + \vec{a}^t_{B/A}$$

$\vec{a}_{B/A}$: برای بدست آوردن $\vec{a}_{B/A}$ نقطه A را مرکز دوران دائمی در نظر گرفته و جسم را حول آن دوران خالص حرکت می دهیم شتاب نقطه B در این حالت همان $\vec{a}_{B/A}$ است.

$$\vec{a}_{B/A} = \vec{a}_B \Big|_{\text{مرکز دوران } A}$$

جهت n: جهت B نسبت به A ← $a^n_{B/A}$

$$|\vec{a}^n_{B/A}| = AB \times \omega^2$$

جهت $\hat{a}_{B/A}$ مستقل از جهت می باشد و همواره از B به سمت A است

$a^n_{B/A}$: مؤلفه عمودی شتاب نسبی

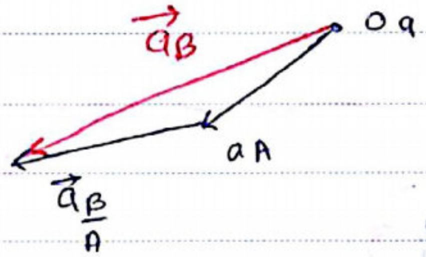
۱: $a^t_{B/A}$

$|a^t_{B/A}| = AB \times \alpha$

همواره عمود بر AB از نقطه B است
که جهت آن را α تعیین می‌کند

مؤلفه مماسی (عمود بر AB)

قطب شتاب



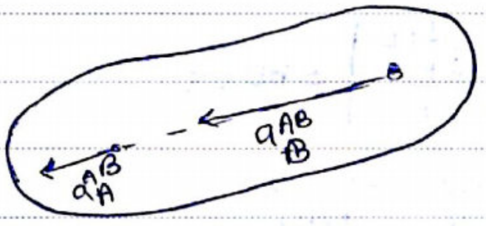
$\vec V_B^{AB} = \vec V_A^{AB} + \vec V_{B/A}^{AB}$

$\vec V_B^{\perp AB} = \vec V_A^{\perp AB} + V_{B/A}^{\perp AB}$

سرعت: $\vec V_B^{AB} = \vec V_A^{AB}$

شتاب: $\vec a_B^{AB} \neq \vec a_A^{AB}$ (در کل)

مؤلفه‌های شتاب در راستای خودشان می‌توانند مساوی نباشند.



I) $\vec a_B^{AB} = \vec a_A^{AB} + \vec a_{B/A} \rightarrow AB \times \omega^2$

II) $\vec a_B^{\perp AB} = \vec a_A^{\perp AB} + \vec a_{B/A}^{\perp AB}$ $AB \times \alpha$

Subject

Date

حرکت انتقالی خالص:

$$\vec{a}_B^{AB} = \vec{a}_A^{AB} \rightarrow \omega = 0 \leftrightarrow a_{\frac{B}{A}}^{AB} = 0$$

$$\vec{a}_B^{\perp AB} = a_A^{\perp AB} \rightarrow \alpha = 0 \Leftrightarrow \vec{a}_{\frac{B}{A}}^{\perp AB} = 0$$

$\Rightarrow$ انتقالی خالص $\begin{cases} \alpha = 0 \\ \omega = 0 \end{cases}$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_B$$

حرکت انتقالی لحظه‌ای:

$$\vec{a}_B^{AB} = \vec{a}_A^{AB} \rightarrow \omega = 0 \leftrightarrow \vec{a}_{\frac{B}{A}}^{AB} = 0$$

$$\vec{a}_B^{\perp AB} \neq \vec{a}_A^{\perp AB} \rightarrow \alpha \neq 0 \leftrightarrow \vec{a}_{\frac{B}{A}}^{\perp AB} \neq 0$$

$\omega = 0$
در یک لحظه
$\alpha \neq 0$

I)

$$|\vec{a}_B^{AB} - \vec{a}_A^{AB}| = |\vec{V}_{\frac{B}{A}}^{AB}| = AB \times \omega^2$$

$$\Rightarrow \omega = \left[\frac{|\vec{a}_B^{AB} - \vec{a}_A^{AB}|}{AB}\right]^{\frac{1}{2}}$$

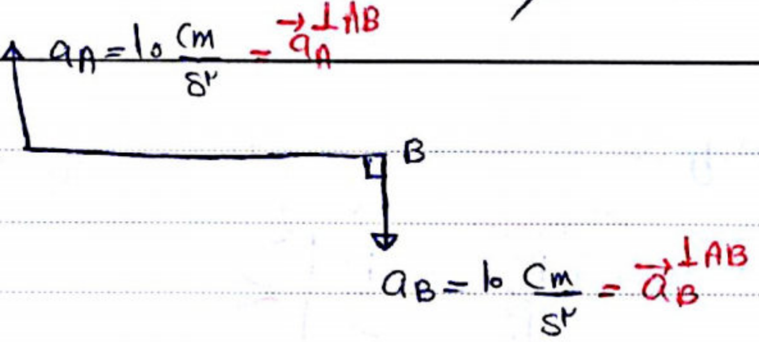
II)

$$|\vec{a}_B^{\perp AB} - \vec{a}_A^{\perp AB}| = |\vec{a}_{\frac{B}{A}}^{\perp AB}| = AB \times \alpha$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{|a_B^{\perp AB} - a_A^{\perp AB}|}{AB}$$

Subject
Date

مثال ۱



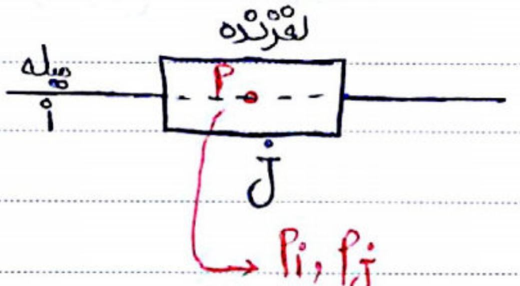
$$\vec{a}_A^{AB} = \vec{a}_B^{AB} = 0$$

$$\omega^2 = \frac{|\bar{a}_B^{AB} - a_A^{AB}|}{AB} = 0 \qquad \alpha = \frac{|\bar{a}_B^{\perp AB} - a_A^{\perp AB}|}{AB} = \frac{20}{10} = 2 \frac{rad}{s^2}$$

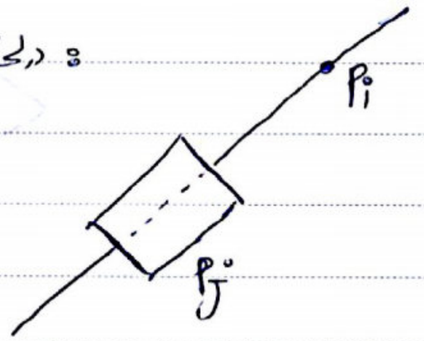
تحلیل شتاب در بررسی حرکت منطبق لحظه ای:

از دو جسم

مفاصل کشویی ولغزنده مفاصل مرتبه بالا



در لحظه ای بعد:



متصل به لغزنده ها ← متصل به میله

سرعت: $\vec{V}P_j = \vec{V}P_i + \vec{V}\,P_j/P_i$ (سرعت نسبی)

$$\vec{a}P_j = \vec{a}P_i + \vec{a}\,P_j/P_i + \vec{a}_{cor}$$

$\vec{a}P_i$: شتاب مطلق نقطه P متصل به عضو i

$\vec{a}P_j$: " " " " " به عضو j

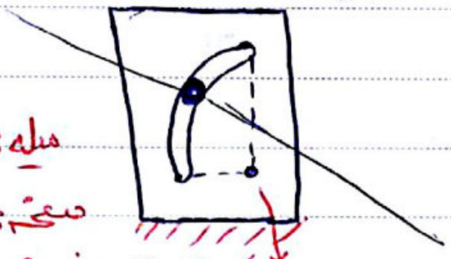
$\vec{a}P_j/P_i$: " نسبی P_j نسبت به P_i

دو بردار هم راستا ـــــ حاصل ضرب خارجی صفر

برای پیدا کردن شتاب نسبی a_{P_j/P_i} عضو i را فیکس کرده و شتاب نقطه P_j را بدست آورید

$$\vec a_{P_j/P_i} = \vec a_{P_j}\Big|_{\text{عضو i فیکس}}$$

همان a_{P_j/P_i} است.



در a_{P_j/P_i} مرکز انحنا مشخص است

عضو i را فیکس می‌کنیم که با فیکس کردن آن

عضو حرکت انحنا را می‌توان تشخیص داد.

a_{P_j/P_i} ✓

a_{P_i/P_j} X

$\vec a_{cor}$: شتاب کوریولیس

مفهوم: $\vec a_{P_j} = \vec a_{P_i} + \vec a_{P_j/P_i} + \underbrace{2\vec\omega_i \times \vec V_{P_j/P_i}}_{a_{cor}}$

دستگاه مختصات چرخان را روی عضو i گذاشتیم

$\vec a_{P_i} = \vec a_{P_j} + \vec a_{P_i/P_j} + \underbrace{2\vec\omega_j \times \vec V_{P_i/P_j}}_{a_{cor}}$

دستگاه مختصات چرخان را روی عضو j گذاشتیم

الف: $|\vec a_{cor}| = 2\omega_i \times V_{P_j/P_i}$

ب: $|\vec a_{cor}| = 2\omega_j \times V_{P_i/P_j}$

PAPCO

Subject
Date

$\bar{a}_{cor}$ به واسطه حاصل‌ضرب خارجی دو بردار ω و V_{P_j/P_i} در صفحه صفر نمی‌شود زیرا

بردارهای ω و سرعت نسبی همواره بر هم عمودند.

همواره عمود بر صفحه ← داخل صفحه حرکت

$\omega = 0$ یا سرعت نسبی $= 0 \implies \vec{a}_{cor} = 0$

↓

برای لولا سرعت نسبی صفر می‌شود:

در لولا $\vec{a}_{P_i} = \vec{a}_{P_j}$

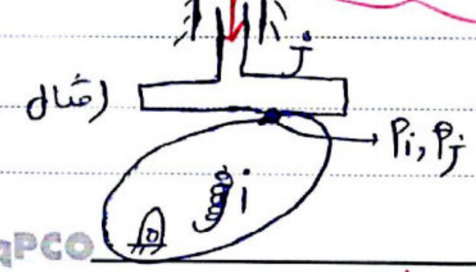
در لولا: $\vec{a}_{P_i/P_j} = \vec{a}_{P_j/P_i} = 0$

$\vec{a}_{cor} = 0$

در مفاصل بالا ولغزنده سرعت نسبی صفر نمی‌شود

ω احتمال صفر شدن دارد ← در شرایطی که یکی از اعضا / او فقط انتقالی حرکت کند.

نکته مهم: در نوشتن a_{cor} رابطه را طوری بنویسیم که ωای که صفر است در رابطه ظاهر شود.



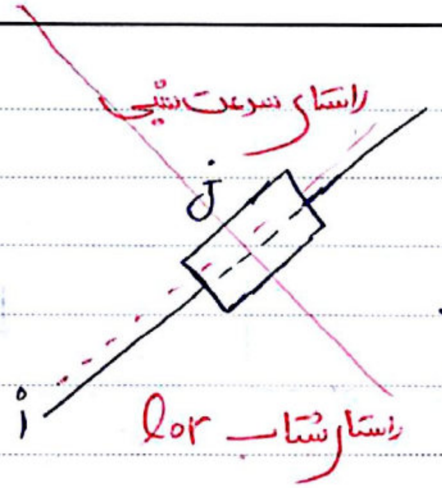
الف) $2\omega_i \times \vec{V}_{P_j/P_i} = \bar{a}_{cor}$

ب) $2\omega_j \times \vec{V}_{P_i/P_j} = \bar{a}_{cor}$ ✓

$\omega_j = 0$ ← حرکت انتقالی دارد

Subject
Date

جهت $a_{c_{or}}$:

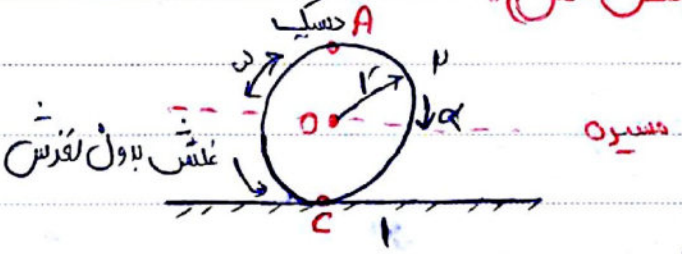


عمود بر راستا سرعت نسبی ⇐ جهت $a_{c_{or}}$

ω در جهت چرخش = حاصل ضرب خارجی نسبت به سرعت نسبی

سرعت نسبی در راستای لغزش است ایکی (لغزنده) دار، جهت حرکت دورانی جهت حرکت نسبی است

تحلیل شتاب در حرکت غلتش بدون لغزش (غلتش خالص):



C: مرکز آنی سرعت (مرکز دوران لحظه‌ای)

چون مرکز آنی C مرکز دوران دائمی نیست

$a_A, a_O = ?$

$0 =$ شتاب مرکز دوران دائمی
زیرا نقطه ارثابت است.

اگر شتاب نقطه c صفر باشد می توان برای پیدا کردن شتاب نقاط دیسک به روشی مشابه حالت سرعت از نقاط مذکور به نقطه c وصل نمود و با شبیه سازی حرکت دورانی شتاب نقاط را پیدا کرد.

نقطه c: نقطه منطبق لحظه ای

$a_c \overset{?}{=} 0$

$a_{c_1} = 0 \quad , \quad a_{c_2} \overset{?}{\neq} 0$

بررسی شتاب نقاط C_2 و O متصل به جسم صلب:

$$\vec{a}_{C_2} = \vec{a}_O + \vec{a}_{C_2/O}$$

a_{C_2}: اندازه مجهول؟ — راستا عمودی

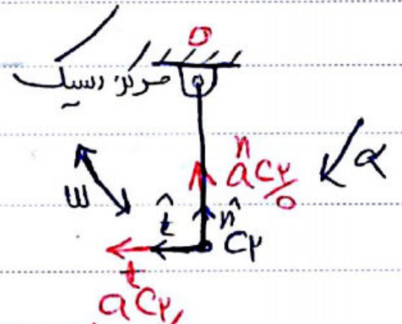
در راستای افقی سر نمی خورد ⇐ راستای C_2 عمودی است.

$\vec{a}_O$: اندازه مجهول — راستا افقی است

مسیر O افقی است

$$a_{C_2/O} = \vec{a}^{\,n}_{C_2/O} + a^{t}_{C_2/O}$$

O ثابت شود.



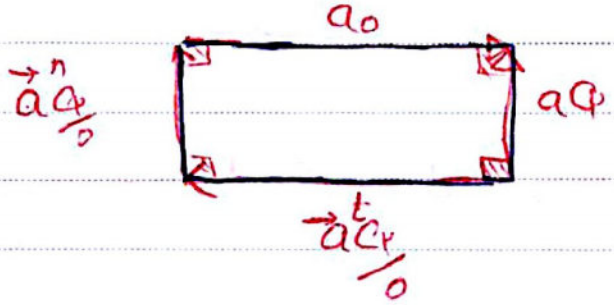
$a^t_{C_2/O}$ (جهت را مشخص کرد)

Subject
Date

$|\vec{a}^{n}_{C_2/O}| = r\omega^2$ جهت از C به سمت است

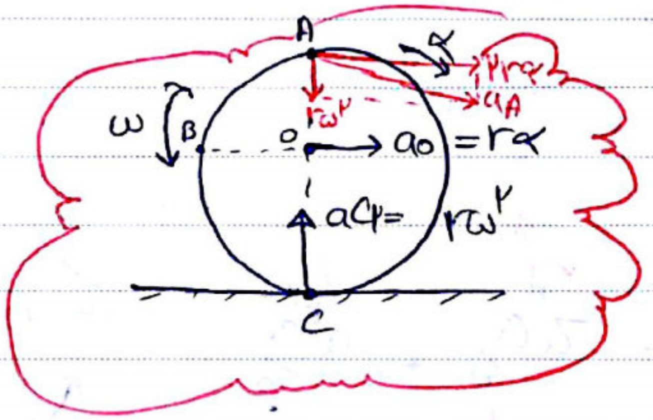
$r = \overline{O_2C}$

$|a^{t}_{C_2/O}| = r \times \alpha$



$|\vec{a}_O| = |\vec{a}^{t}_{C_2/O}| = r\alpha$
به سمت راست

$\vec{a}_{C_2} = |\vec{a}^{n}_{C_2/O}| = r\omega^2$
به سمت بالا



نکته:

$a_{C_2} = r\omega^2 \uparrow$

$a_O = r\alpha \rightarrow$

چون دیسک ω دارد شتاب را نمی‌توان منتقل کرد.

$a_A = a_{C_2} + a_{A/C_2} \longrightarrow$ یعنی C_2 فیکس و A حول C_2 بچرخد

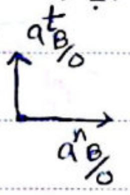
$r\omega^2\uparrow + 2r\omega^2\downarrow + \overrightarrow{2r\alpha} = r\omega^2\downarrow + 2r\alpha \longrightarrow$

PAPCO

Subject

Date

$\vec{a}_B = \vec{a}_O + \vec{a}_{B/O}$ O فیکس و B حول O بچرخد



$= \underset{\rightarrow}{r\alpha} + \underset{\rightarrow}{r\omega^2} + r\alpha\uparrow$

$= \underset{\longrightarrow}{(r\alpha + r\omega^2)} + r\alpha\uparrow$

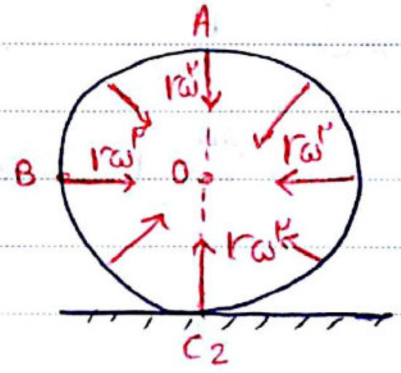
حالت خاص: $\omega =$ ثابت $\Rightarrow \alpha = 0$

$a_O = 0$ شتاب مرکز دیسک

$a_{C_2} = r\omega^2 \uparrow$

$a_A = r\omega^2 \downarrow$

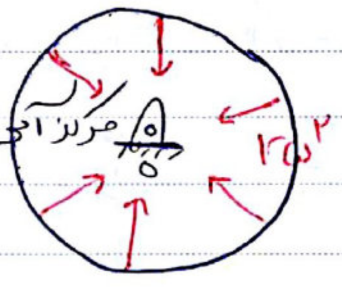
$a_B = \underset{\longrightarrow}{r\omega^2}$



شتاب کلیه نقاط روی محیط دیسک $r\omega^2$ به سمت مرکز می باشند

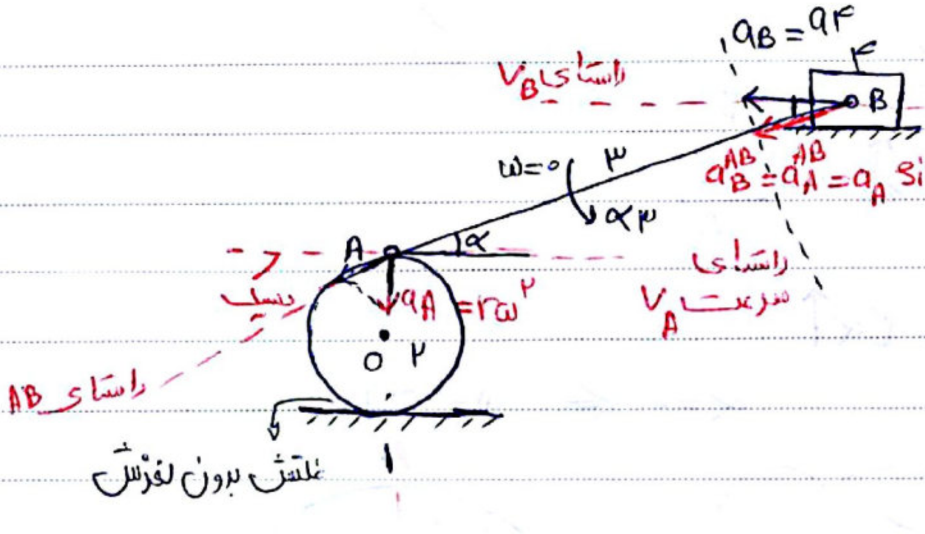
از نقطه نظر شتاب این حرکت دورانی خالص حول مرکز دیسک دارد (چون شتاب مرکز صفر است)

مرکز آنی شتاب: نقطه ای از جسم که شتاب آن صفر است



$\omega =$ ثابت $= 1$

Subject
Date



مثال) شتاب عضو ۴ برابر است با:
$a_B^{AB} = a_A^{AB} = a_A \sin\alpha = r\omega^2 \sin\alpha$

۱) $r\omega^2 \tan\alpha$

۲) $r\omega^2 \cot\alpha$

۳) $r\omega^2 \sin\alpha$

۴) $r\omega^2 \cos\alpha$

$a_A^{AB} = r\omega^2 \sin\alpha$

سرعت زاویه ای دیسک (ω) ثابت و شعاع دیسک ۲ است.

نکته ۱) چون ω دیسک ثابت است. $a_A = r\omega^2$
و حرکتش غلتش بدون لغزش است
$\Rightarrow a_A = r\omega^2$

نکته ۲) چون راستای V_A و V_B موازی‌اند بنابراین عضو ۳ حرکت انتقالی لحظه‌ای دارد $\Leftarrow$ $\omega = 0$، $\alpha \neq 0$

نکته ۳) چون $\omega_3 = 0$ است می‌توان مؤلفه‌های شتاب را در راستای خودش منتقل کرد به نقطهٔ B بر

$\Leftarrow$ مؤلفه‌های شتاب نقاط A و B در راستای AB مساوی‌اند.

$$\omega^2 = \frac{|\bar{a}_A^{AB} - \bar{a}_A^{AB}|}{AB} = 0 \Rightarrow a_A^{\overline{AB}} = a_B^{\overline{AB}}$$

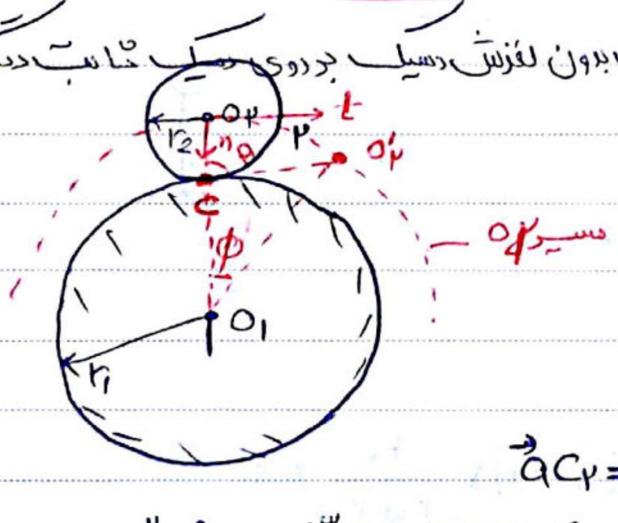
نقطه B افقی حرکت می‌کند ← چون ... سرعت و شتاب آن در راستای افق است.

نکته: مؤلفه شتاب نقطه B در راستای AB معلوم است از انتهای آن عمودی رسم کرده تا راستای a_B که افقی است را قطع کند بردار حاصل a_B یا a_4 است.

$$\vec a_4 = \vec a_B = \frac{a_B^{AB}}{\cos\alpha} = \frac{a_A \sin\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow a_4 = r\omega^2\tan\alpha$$

$$\alpha_3 = \frac{|\vec a_A^{\perp AB} - \vec a_B^{\perp AB}|}{AB}$$

حالت ۲: تحلیل شتاب در حرکت غلتش بدون لغزش دیسک بر روی دیسک ثابت دیگر.



دیسک ۱ ثابت است
و دیسک ۲ متحرک است ω α

خواسته مسئله: $\vec a_{C_1} = 0$ ، $\vec a_{C_2} = ?$

C_2: نقطه تماس متصل به عضو ۲

$$\vec a_{C_2} = \vec a_{O_2} + \vec a_{C_2/O_2}$$

C_2 ، O_2 هر دو متصل به عضو ۲ هستند. تمرین

محاسبه $\vec a_{O_2}$: شتاب مرکز دیسک بالا

O_1: مرکز انحنا O_2 — O_2 روی دایره حرکت می‌کند ⇐ $\vec a_{O_2} = \vec a_{O_2}^n + \vec a_{O_2}^t$

$$= \frac{V_{O_2}^2}{r_1+r_2}\downarrow + (r_1+r_2)\times\ddot\phi \rightarrow$$

$\omega = \dot\theta$ ، $\alpha = \ddot\theta$

به سمت مرکز انحنا یعنی O_1 است

ادامه :

$$\widehat{O_2O_2'} = r_2\theta = (r_1+r_2)\phi$$ زیرا ۲ روی ۱ نمی‌تواند سر بخورد.

$$\phi = \frac{r_2}{r_1+r_2}\theta$$

$$\dot\phi = \frac{r_2}{r_1+r_2}\dot\theta \;\; \omega$$

$$\ddot\phi = \frac{r_2}{r_1+r_2}\ddot\theta \;\; \alpha$$

محاسبه $\vec{a}_{C_2/O_2}$:

$$\vec{a}_{C_2/O_2} = r_2\omega^2 \uparrow + \underset{\leftarrow}{r_2\alpha}$$

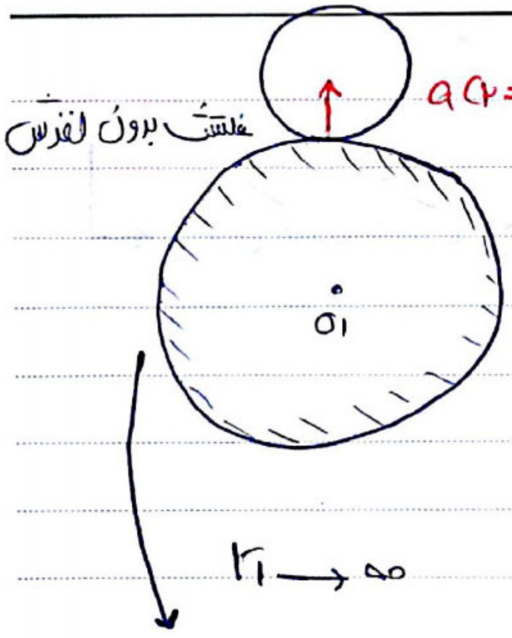
ادامه از صفحه قبل : $\dfrac{r_2\omega^2}{r_1+r_2}\downarrow + (r_1+r_2)\times\dfrac{r_2}{r_1+r_2}\times\alpha$

$$\vec{a}_{C_2} = \underbrace{\frac{r_2^2\omega^2}{r_1+r_2}\downarrow + \underset{\rightarrow}{r_2\alpha}}_{\vec{a}_{O_2}} + \underbrace{r_2\omega^2\uparrow + \underset{\leftarrow}{r_2\alpha}}_{\vec{a}_{C_2/O_2}}$$

$$\vec{a}_{C_2} = \left(r_2\omega^2 - \frac{r_2^2\omega^2}{r_1+r_2}\right)\uparrow = \frac{r_1r_2\omega^2 + r_2^2\omega^2 - r_2^2\omega^2}{r_1+r_2}\uparrow$$

$\uparrow \oplus$

$$= \frac{r_1r_2\omega^2}{r_1+r_2}\uparrow$$

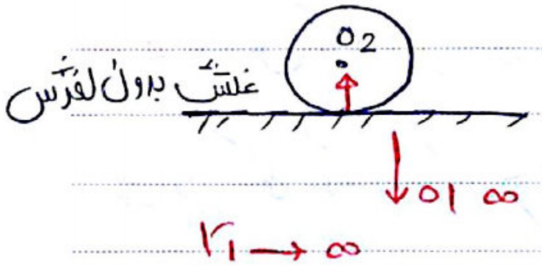


$$a_{C2} = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}\omega^2 \longrightarrow$$ اگر داخلی بود $r_1 - r_2$

جهت به سمت پایین

$$a_{C2} = \frac{r_1 r_2}{r_1 - r_2}\omega^2 \downarrow$$

$$\lim_{r_1 \to \infty} a_{C2} = \lim_{r_1 \to \infty} \frac{r_1 r_2 \omega^2}{r_1 + r_2} = r_2 \omega^2$$



فصل ۴ بادامک ها (Cams)

مکانیزم های بادامکی دارای دو عضو اصلی بادامک (ورودی) و پیرو (خروجی) می باشند

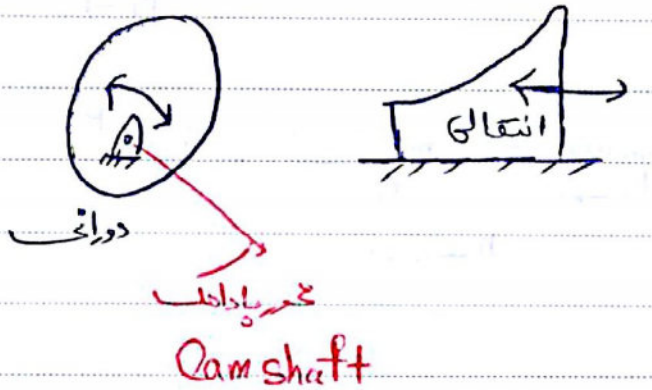
follower

Subject
Date

تقسیم‌بندی مکانیزم‌های بادامکی:

بر اساس حرکت بادامک:

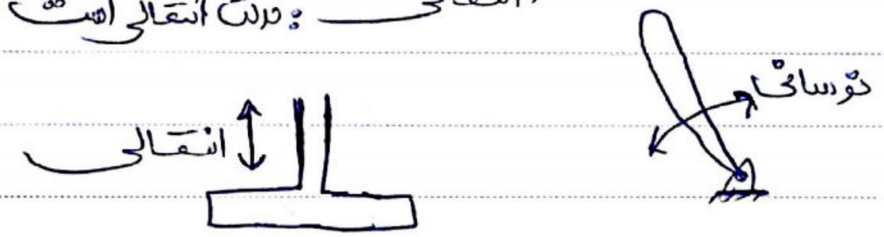
- دورانی: حول محور بادامک دوران می‌کند
- انتقالی: حرکت انتقالی انجام می‌دهد



بر اساس حرکت پیرو:

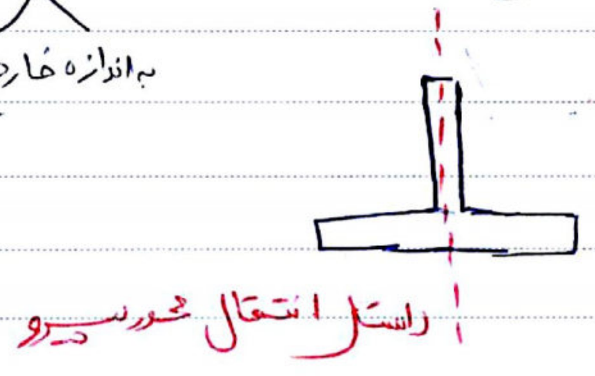
پیرو به دو شکل حرکت می‌کند

- نوسانی: تغییر زاویه انجام می‌شود
- انتقالی: حرکت انتقالی است



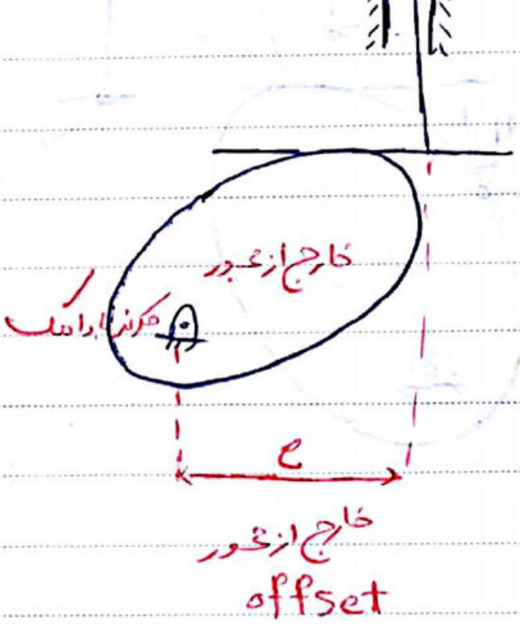
انتقالی:

- شعاعی: محور (راستای) انتقال پیرو از مرکز بادامک عبور می‌کند
- خارج از محور: راستای محور انتقال پیرو از مرکز بادامک فاصله دارد (به اندازه خارج از محور)

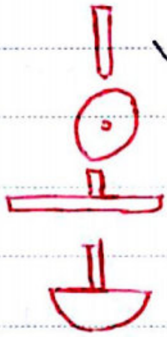


PAPCO

مکانیزم بادامک دورانی با پیرو تخت انتقالی شعاعی



براساس شکل پیرو :



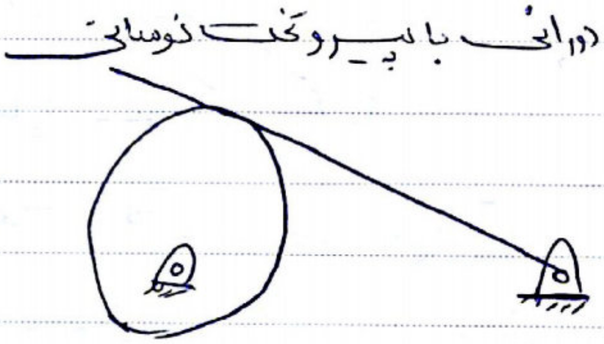
* سوزنی
* غلتکی
* تخت
* انحنایی

نام گذاری مکانیزم بادامکی :

نوع حرکت بادامک + شکل پیرو + نوع حرکت پیرو

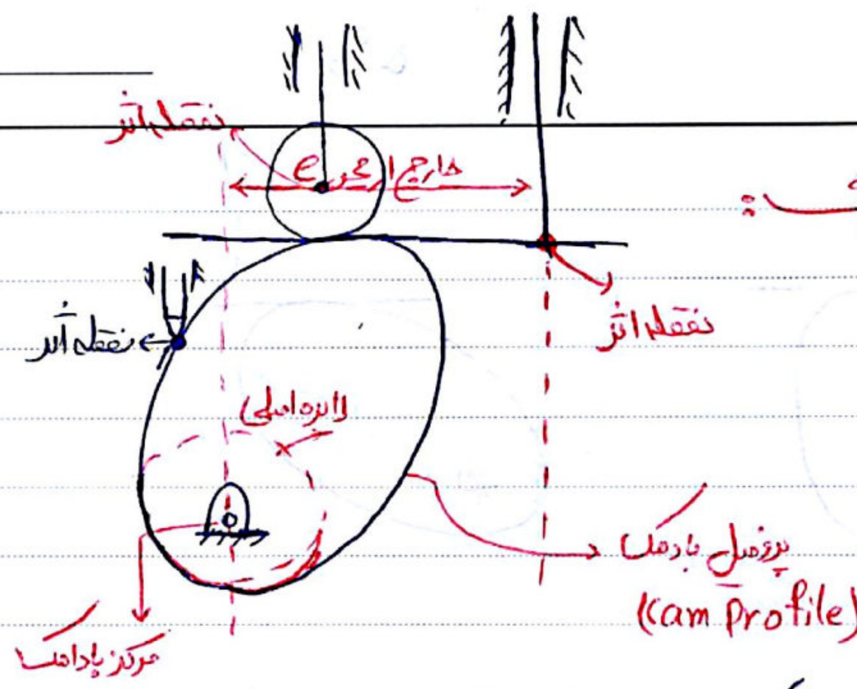
⟵

مکانیزم بادامک دورانی با پیرو تخت نوسانی



Subject
Date

بادامک انتقالی
مرکز نداری



اصطلاحات و تعاریف:

مرکز بادامک ≡ مرکز محور بادامک

پروفیل بادامک = مکان هندسی نقاط تماس بادامک و پیرو بر روی بادامک

(مرز هندسی بادامک در تماس با پیرو)

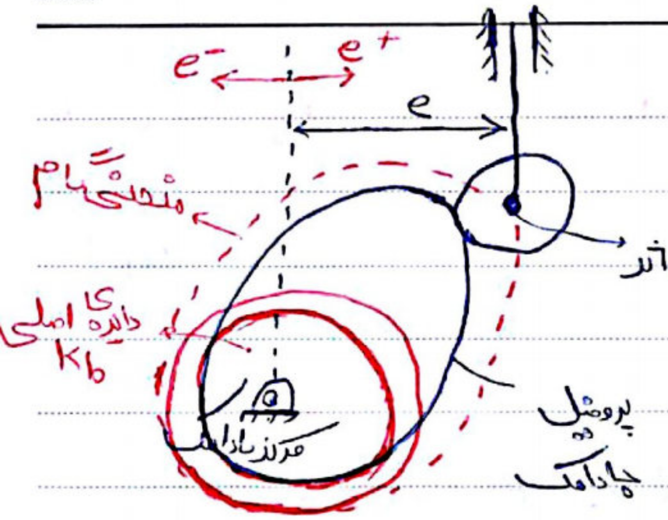
دایره‌ی اصلی: کوچکترین دایره به مرکز O (مرکز بادامک) و مماس بر پروفیل بادامک (R_b)
base circle

نقطه اثر (Trace point): نقطه ای است در پیرو که حرکتش بیان گر حرکت پیرو باشد

نقطه ردیابی

انواع پیرو
- سوزنی ← نوک سوزن
- غلتکی ← مرکز غلتک
- تخت: تلاقی محور عمود و سطح تخت
- انحنایی: " " " " منحنی

P4PCO



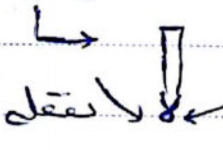
تعاریف و اصطلاحات (بادامک‌ها):

منحنی گام: ۱) Pitch Curve: عبارت است از مکان هندسی نقطه اثر

در روش معکوس (بادامک ثابت و پیرو حول آن دوران کند)

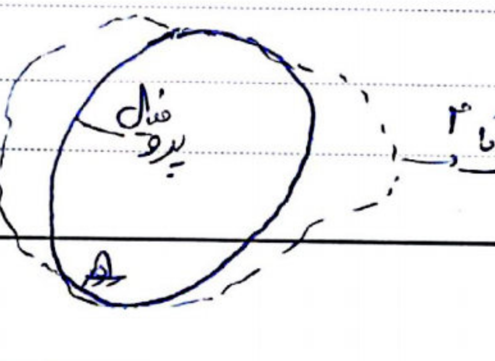
با حفظ نقطه تماس

منحنی گام:
- در پیرو غلتکی موازی است با پروفیل بادامک به فاصله شعاع غلتک از آن (نقطه اثر و نقطه تماس همواره به اندازه شعاع غلتک فاصله دارند)
- در پیرو سوزنی منحنی گام و پروفیل بادامک یکسان هستند (نقطه اثر و نقطه تماس یکسانند)



در پیرو تخت: منحنی گام متفاوت از پروفیل بادامک است

در بخشی از منحنی (پروفیل بادامک) که شکل دایره دارد منحنی گام و پروفیل یکسان هستند.



در این حالت نقطه تماس و نقطه اثر منطبق‌اند.

Subject

Date

دایره‌ی اولیه (مبنا) Prime Circle : کوچکترین دایره به مرکز بادامک و مماس بر منحنی گام

(KP)

پیرو

غلتکی : دایره اولیه و اصلی به اندازه شعاع غلتک فاصله دارند

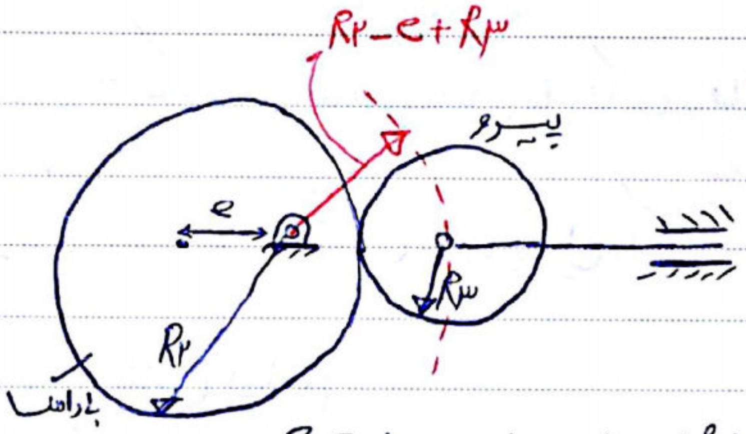
$r_p = r_b + r_r$

(شعاع دایره اولیه = شعاع دایره اصلی + شعاع غلتک)

سوزنی : دایره اولیه و اصلی یکسانند

تخت : دایره اولیه و اصلی یکسانند

مسئله : تست ۹۲



کدام عبارت در ارتباط با شعاع دایره مبنا صحیح است؟

۱) ۲e ۲) ۲ $R_۲ + R_۳$

۳) $R_۲ + R_۳ - e$ ✓ ۴) $R_۲ + R_۳$

P4PCO

خارج از مرکزی (offset : e)

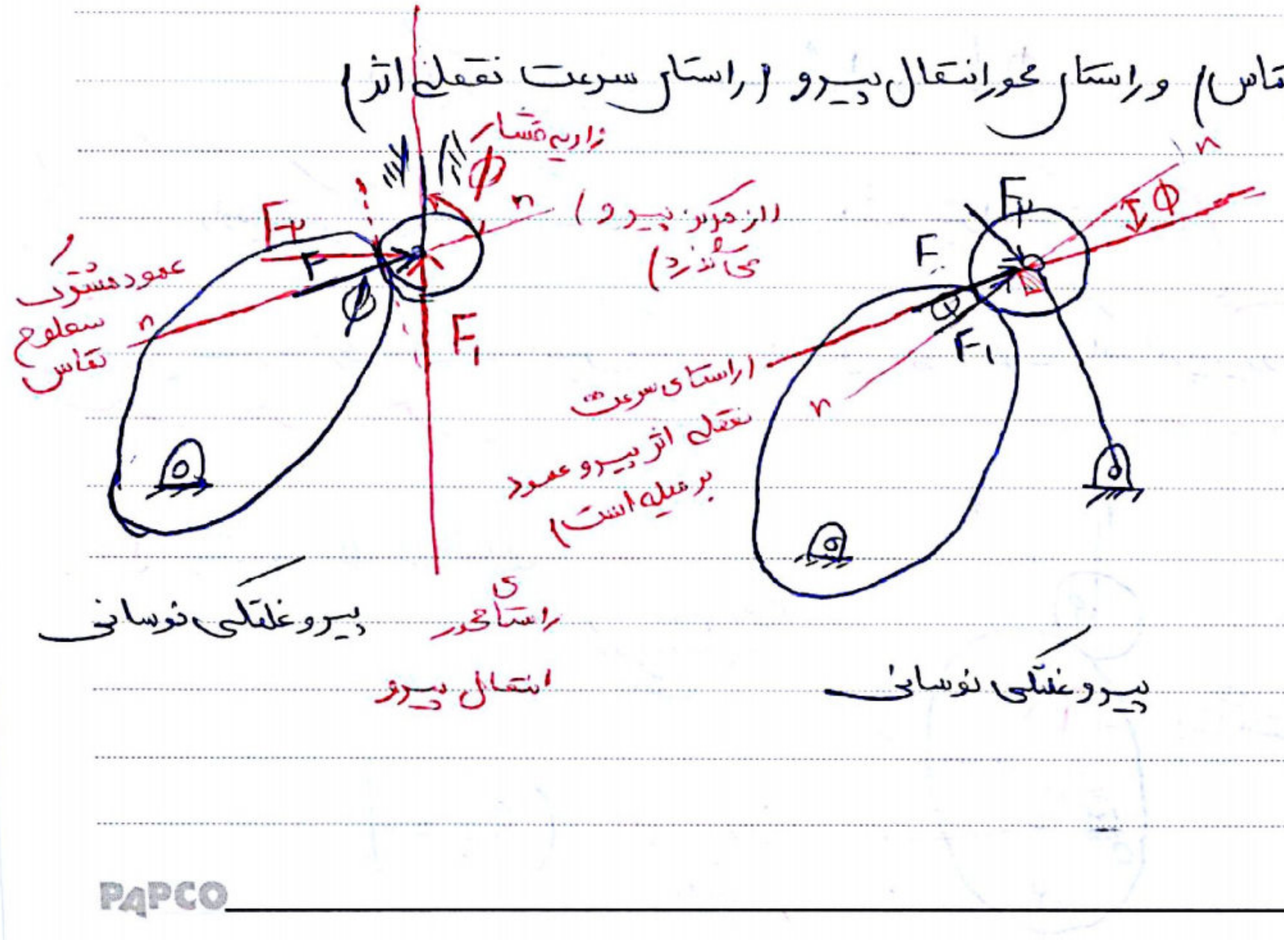
فاصله ی بین محور انتقال پیرو و مرکز بادامک را خارج از مرکزی می خوانند.

اگر محور انتقال پیرو سمت راست مرکز بادامک قرار گیرد خارج از مرکزی مثبت و در غیر این صورت منفی است.

زاویه فشار (pressure angle) :

زاویه فشار فقط در ارتباط با پیروهای غلتکی تعریف می شود.

زاویه فشار: عبارتست از زاویه بین انتقال پیرو از طرف بادامک به پیرو (عمود مشترک سطوح تماس) و راستای محور انتقال پیرو (راستای سرعت نقطه اثر)



مؤلفه ی F_1 در جهت انتقال حرکت مؤثر است امّا مؤلفه F_2 سبب کاهش انتقال حرکت پیرو می شود.

تمایل ها: $\uparrow F_1$ $\downarrow F_2$

زاویه فشار ϕ کمتر انتقال نیرو را بهتر می کند

$\phi \downarrow \rightarrow F \uparrow \rightarrow$ انتقال حرکت بهتر

زاویه فشار متغیر است:

پیرو غلتکی نوسانی:

$F_2 \downarrow$ مؤلفه غیرمفید

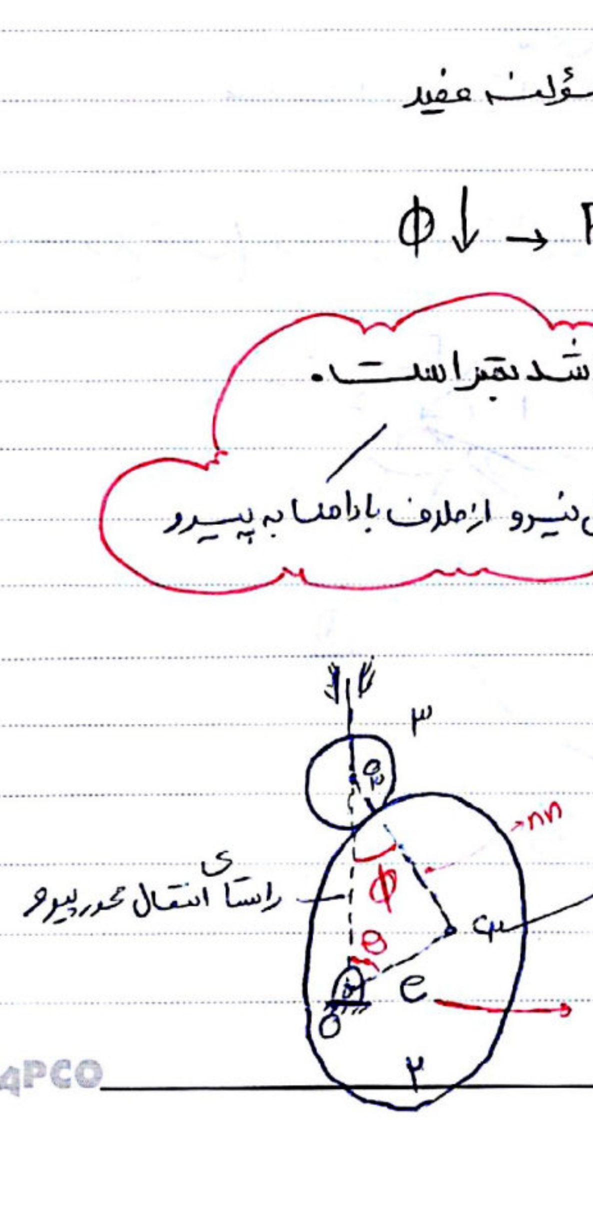
$F_1 \uparrow$ مؤلفه مفید

$\phi \downarrow \rightarrow F_1 \uparrow \rightarrow$ انتقال حرکت بهتر

نکته: زاویه فشار کمیتی متغیر است که هر چه قدر کمتر باشد بهتر است.

زاویه فشار معیاری است برای تعیین چگونگی انتقال نیرو از طرف بادامک به پیرو

مثال) بدست آوردن ϕ با رابطه تحلیلی: (تست ۸۷)

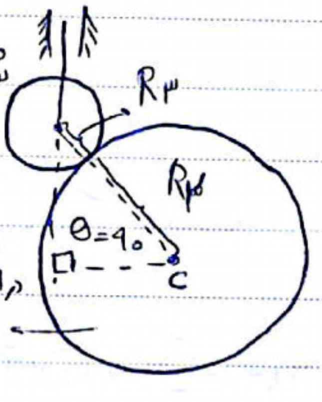


$(e_{\text{جلی}} = 0)$

$\Delta O_2O_3C_2 : \frac{\sin\phi}{e} = \frac{\sin\theta}{O_3C_2} \Rightarrow \phi = \sin^{-1}\left[\frac{e}{O_3C_2}\sin\theta\right]$

فرض: پروفیل بادامک دایره ای باشد و شعاع دایره بادامک : R_2

شعاع دایره غلتک : R_3



$O_3C_2 = R_2 + R_3$

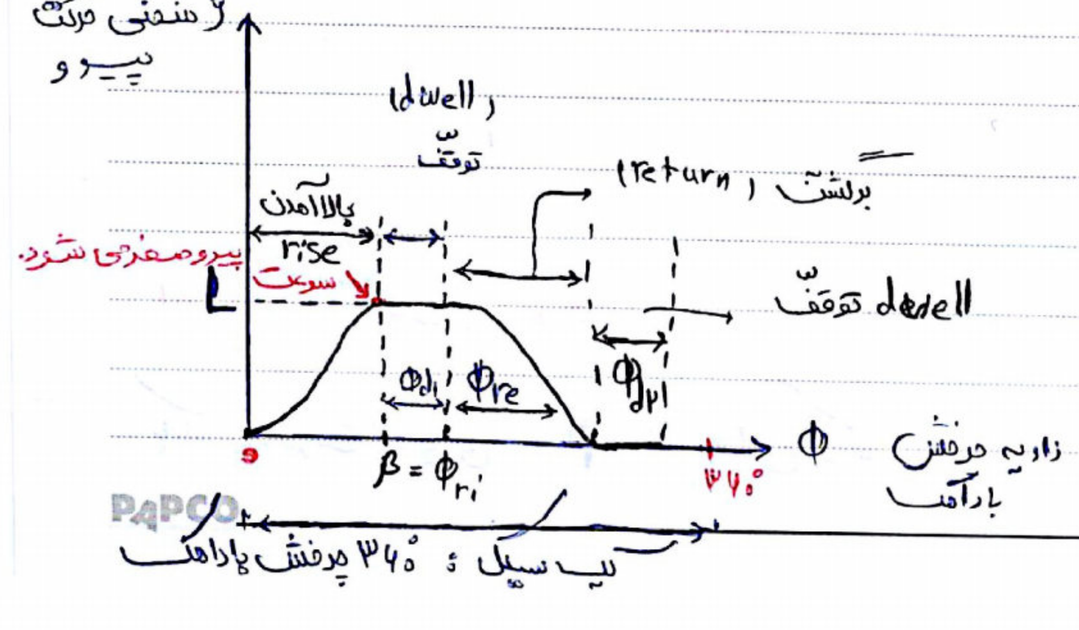
در این شکل ϕ ماکزیمم است.

$$\phi = \sin^{-1}\left[\frac{e}{R_2+R_3}\sin\theta\right]$$

$\theta = 90^\circ \Rightarrow \sin\theta = 1 \Rightarrow \phi = \phi_{max} \Rightarrow \phi_{max} = \sin^{-1}\left(\frac{e}{R_2+R_3}\right)$

$\theta = 0 \Rightarrow \sin\theta = 0 \Rightarrow \phi = 0 = \phi_{min}$

دیاگرام جابه‌جایی : (Displacement Dia.)



Subject
Date

rise بالا آمدن: پیرو به ازای $\phi_{ri} = \beta$ چرخش بادامک از پایین‌ترین وضعیت به بالاترین وضعیت حرکت می‌کند.

Lift: حداکثر جابه‌جایی پیرو

dwell توقف: بادامک به اندازه ϕ_d می‌چرخد اما پیرو ساکن است

برگشتن: بادامک به اندازه ϕ_{re} می‌چرخد پیرو به پایین‌ترین وضعیت می‌رسد

F-cam: مکانیزم‌های بادامکی هستند که پیرو در وضعیت شروع در پایین‌ترین وضعیت قرار دارد.

centri-Fugal خارج از مرکز

centri-Petal به سمت مرکز

P-cam	F-cam
پیرو در شروع بالاترین وضعیت	پیرو در شروع پایین‌ترین وضعیت

انواع حرکت‌های پیرو:

بادامک با سرعت زاویه‌ای $\dot{\phi} = \omega$ دوران می‌کند

P4PCO

Subject
Date

مهم: سرعت زاویه بادامک ثابت است $\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\phi} = 0$

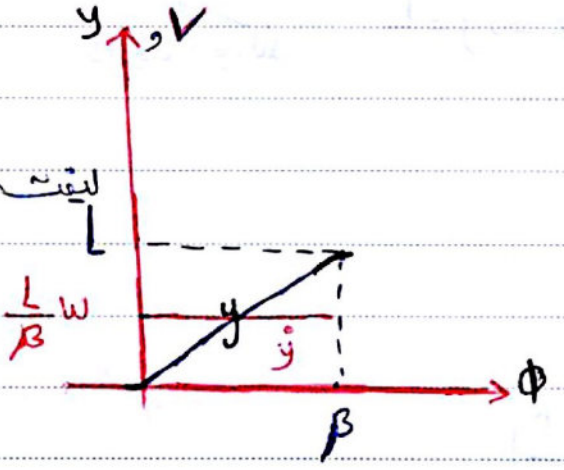
پروفیل بادامک تعیین کننده نوع حرکت پیرو است.

انواع حرکت پیرو:

۱- حرکت سرعت ثابت پیرو:

در این قسمت پیرو با سرعت ثابت حرکت می کند

دیاگرام جابه جایی در بخش بالا آمدن عبارتست از:



زاویه چرخش بادامک در بالا آمدن: $\beta = \phi_{r}$

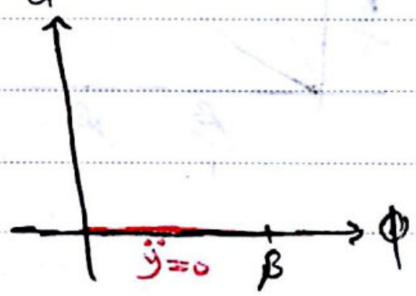
$$y = \frac{L}{\beta} \times \phi$$

شیب خط

y: جابه جایی پیرو

سرعت پیرو $V = \dot{y} = \frac{L}{\beta} \times \dot{\phi} = \frac{L}{\beta}\omega$

شتاب پیرو $a = \ddot{y} = \dot{V} = 0$



Subject
Date

۲- حرکت با شتاب متغیر (هارمونیک):

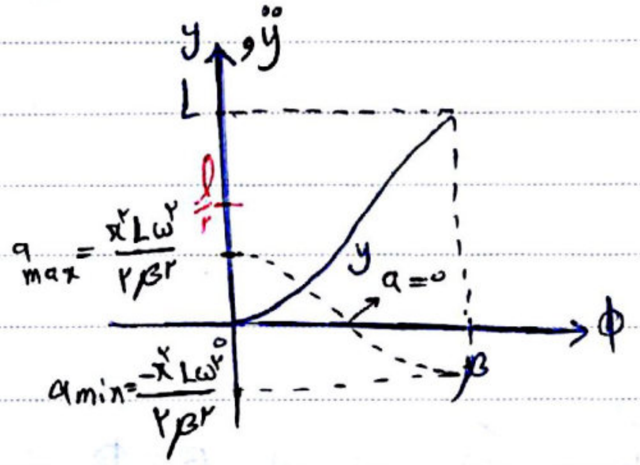
$a \propto -\omega^2 y$

حرکت هایی که به شکل سینوسی یا کسینوسی باشد حرکت هارمونیک نامیده می شوند

$$y = \sin(\omega t) \longrightarrow \ddot{y} = -\omega^2 \sin \omega t = -\omega^2 y$$

جابه جایی پیرو:

$$y = \frac{L}{2}\left(1 - \cos \frac{\pi \phi}{\beta}\right)$$



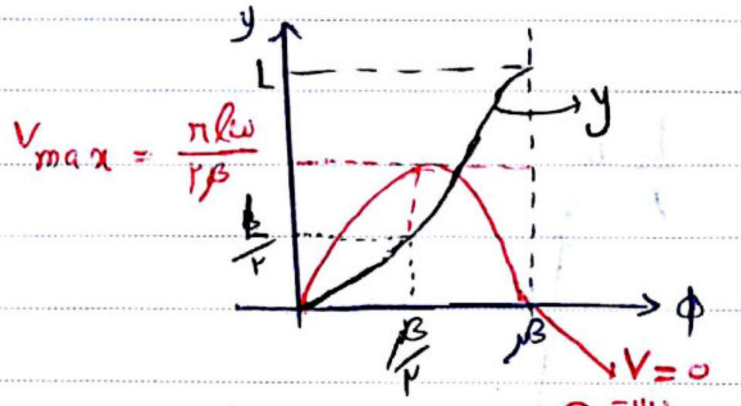
$\phi = 0 \Rightarrow y = 0$
$\phi = \beta \Rightarrow y = L$

شرایط مرزی را ارضا می کند

سرعت پیرو:

$$V = \dot{y} = \frac{\pi L \dot{\phi}}{2\beta} \sin\left(\frac{\pi \phi}{\beta}\right)$$

$\phi = 0 \Rightarrow V = 0$
$\phi = \beta \Rightarrow \beta = 0$



$$V_{max} = \frac{\pi L \omega}{2\beta} \quad \phi = \frac{\beta}{2}$$

$\omega \to n$ rpm

$$n \times \frac{2\pi}{60} = \omega$$

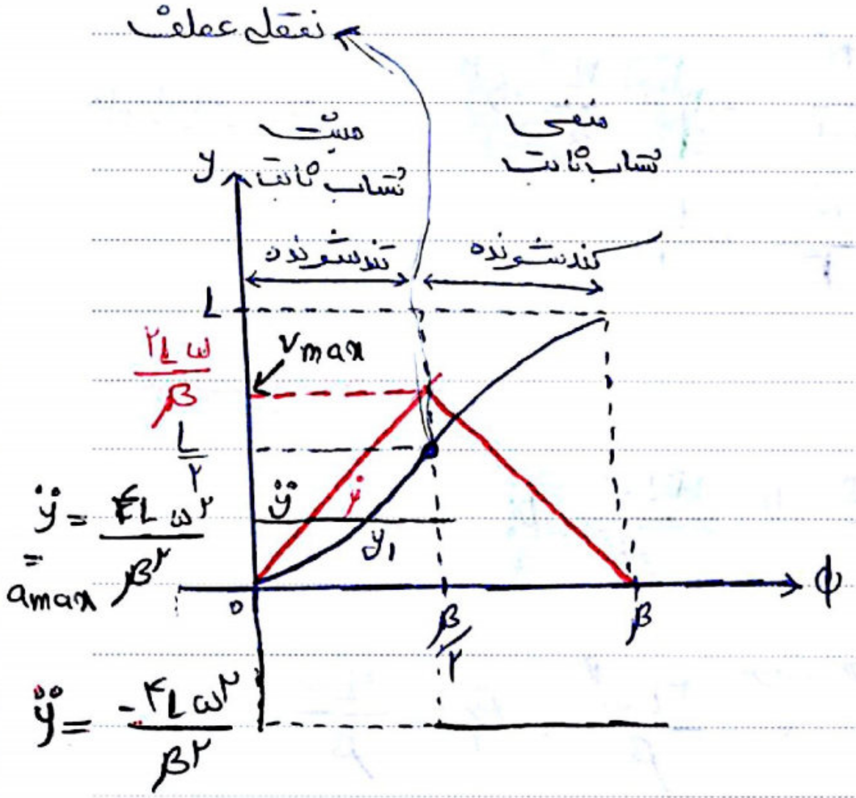
PAPCO

شتاب پیرو:

$$a = \dot{v} = \ddot{y} = \frac{\pi^2 L \omega^2}{2\beta^2} \cos \frac{\pi \phi}{\beta}$$

$$\begin{cases} \phi = 0 & a = a_{max} = \dfrac{\pi^2 L \omega^2}{2\beta^2} \\ \phi = \dfrac{\beta}{2} & \Rightarrow a = 0 \\ \phi = \beta & a = a_{min} = \dfrac{-\pi^2 L \omega^2}{2\beta^2} \end{cases}$$

۳- حرکت شتاب ثابت پیرو:



اول: $0 \leq \phi \leq \beta/2$

دوم: $\frac{\beta}{2} \leq \phi \leq \beta$

۱) $0 \leq \phi \leq \frac{\beta}{2}$

$$y = \frac{1}{2} a t^2$$

y: جابجایی پیرو
a: شتاب پیرو
t: زمان

$$\omega = \frac{\phi}{t} \Rightarrow t = \frac{\phi}{\omega}$$

Subject

Date

$\omega =$ ثابت $\Rightarrow t \propto \phi$

$y = \frac{1}{2} a \left(\frac{\phi}{\omega}\right)^2 = \frac{1}{2} a \frac{\phi^2}{\omega^2}$ (الف)

$\phi = 0 \Rightarrow y = 0$

$\phi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow y = \frac{l}{2}$

$\Rightarrow \frac{L}{2} = \frac{1}{2} a \frac{\phi^2}{\omega^2} \Rightarrow \frac{L}{2} = \frac{1}{2} a \frac{\left(\frac{\beta}{2}\right)^2}{\omega^2}$

$\Rightarrow a = \frac{4L\omega^2}{\beta^2} =$ ثابت (ب)

(الف) و (ب)

$y = \frac{1}{2} \times \frac{4L\omega^2}{\beta^2} \times \frac{\phi^2}{\omega^2} \Rightarrow y = \frac{2L}{\beta^2} \phi^2$ جابجایی پیرو

$\phi = \frac{\beta}{2} \Rightarrow y = \frac{2L}{\beta^2} \times \frac{\beta^2}{4} = \frac{L}{2}$

سرعت پیرو:

$V = \dot{y} = \frac{4L\phi}{\beta^2} \dot{\phi} = \frac{4L\omega}{\beta^2} \phi$

$\phi = \frac{\beta}{2} \Rightarrow$ سرعت پیرو $V = \frac{4L\omega}{\beta} \times \frac{\beta}{2} = \frac{2L\omega}{\beta}$

(ب) شتاب پیرو $a = \frac{4L\omega^2}{\beta^2}$

PAPCO

۱۲) $\frac{\beta}{2} \le \phi \le \beta$

$\phi = \frac{\beta}{2} \Rightarrow y = \frac{L}{2}$

$\phi = \beta \Rightarrow y = L$

جابه‌جایی پیرو:

$$y = L\left[1 - 2\left(1 - \frac{\phi}{\beta}\right)^2\right]$$

$\phi = \frac{\beta}{2} \Rightarrow y = \frac{L}{2}$

$\phi = \beta \Rightarrow y = L$

سرعت پیرو:

$$V = \dot{y} = \frac{4}{\beta}\dot{\phi} L \left(1 - \frac{\phi}{\beta}\right)$$

$\phi = \frac{\beta}{2}$; $V = \frac{2L\omega}{\beta}$

$\phi = \beta$; $V = 0$

شتاب پیرو:

$$a = \dot{V} = \ddot{y} = -\frac{4L\omega^2}{\beta^2}$$

نتایج) حرکت شتاب ثابت:

۱) $\phi = \frac{\beta}{2} \to V = V_{max} = \frac{2L\omega}{\beta}$

PAPCO

Subject
Date

$$a = a_{max} = \frac{FL\omega^2}{\beta^2}$$

فصل ۵

چرخ‌های طیار (فلایویل) ⇐ Flywheel

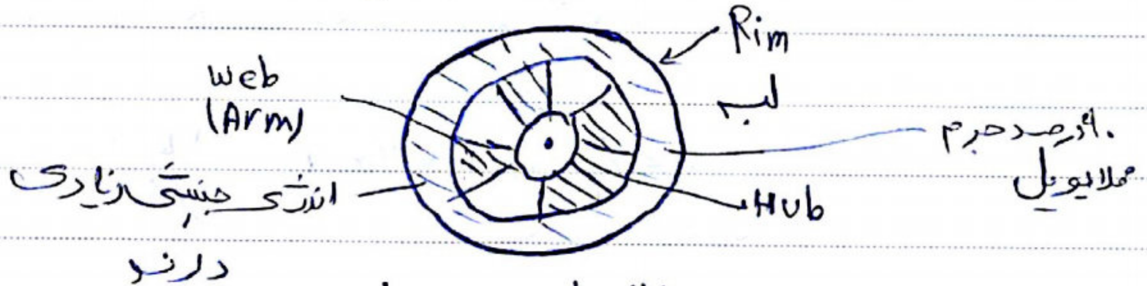
چرخ طیار عبارت است از جسمی متقارن به شکل دیسک توپر یا لبه‌دار که برای ذخیره کردن انرژی جنبشی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

کاربردهای چرخ طیار:
- پرس‌ها یا پانچ‌ها، ماشین‌های برشی (Punch, press)
- موتورهای احتراق داخلی (Engine)

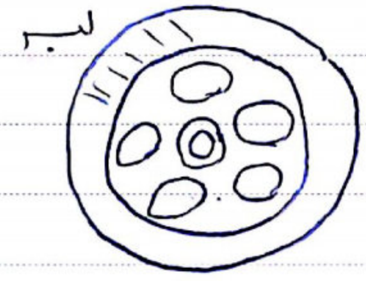
* در پرس‌ها یا پانچ‌ها، فلایویل به منظور کاهش توان مورد نیاز برای عملکرد سیستم مورد استفاده قرار می‌گیرد.

محرک (موتور) بدون فلایویل → ۵۰ hp

محرک (موتور) با فلایویل → ۵ hp

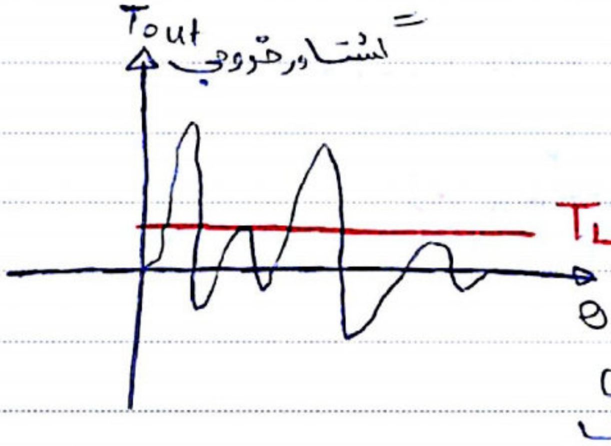


فلایویل و پرس‌ها

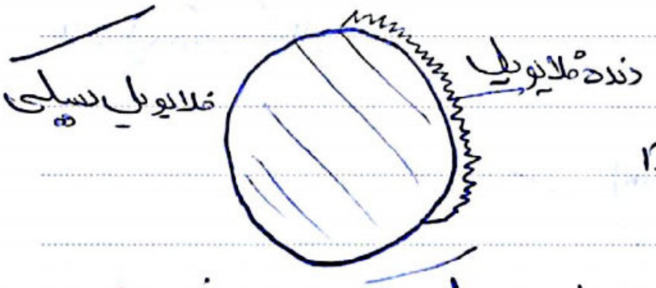


Rim Type

* در موتورهای احتراق داخلی فلایویل به منظور یکنواخت کردن گشتاور خروجی موتور استفاده می‌شود.



گشتاور بار یا گشتاور متوسط که توسط فلایویل ایجاد می‌شود.



Disk Type

* درصورت ضیق فضا و موتورهای سبک استفاده از فلایویل دیسکی می‌شود.

طراحی فلایویل در موتورها احتراق داخلی:

ضریب تغییرات مجاز سرعت:

ضریب تغییرات مجاز سرعت $C = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{av}}$ (۱)

بدون بعد

ω_{min} : کمترین سرعت زاویه‌ای فلایویل

$\omega_{av} = \frac{\omega_{min} + \omega_{max}}{2}$ (۲)

ω_{max} : بیشترین سرعت زاویه‌ای فلایویل

ω_{av} : سرعت متوسط فلایویل

Subject

Date

رابطه‌ی مورد در طراحی فلایویل در موتورهای احتراق داخلی:

$$E = I C \omega_{av}^2$$

1) $C\omega_{av} = \omega_{max} - \omega_{min}$

2) $\omega_{av} = \frac{\omega_{min} + \omega_{max}}{2} \Rightarrow 2\omega_{av} = \omega_{max} + \omega_{min}$

①×② $\Rightarrow 2C\omega_{av}^2 = \omega_{max}^2 - \omega_{min}^2$ ③

$K.E._{max} = \frac{1}{2} I \omega_{max}^2$

$\Rightarrow E = K.E._{max} - K.E._{min}$ انرژی ذخیره شده فلایویل در یک سیکل

$K.E._{min} = \frac{1}{2} I \omega_{min}^2$

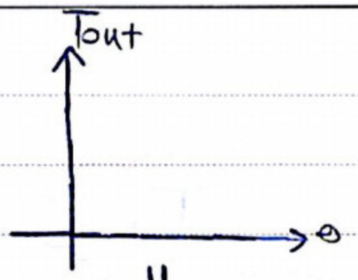
$= \frac{1}{2} I (\omega_{max}^2 - \omega_{min}^2)$ ← از ۳: $2C\omega_{av}^2$

$$E = I C \omega_{av}^2$$

خالص انرژی دینامیکی وارد شده توسط فلایویل یک سیکل صفر است

طراحی فلایویل در موتورهای احتراق داخلی:

دیاگرام گشتاور خروجی - زاویه



⇓

$T_L = T_{av}$

⇓

E

⇓ C, ω_{av} معلوم

$I = \frac{E}{C\omega_{av}^2}$ = ممان اینرسی جرمی فلایویل I جرم فلایویل

⇓ $I = \frac{M d^2}{8}$ فلایویل دیسکی:

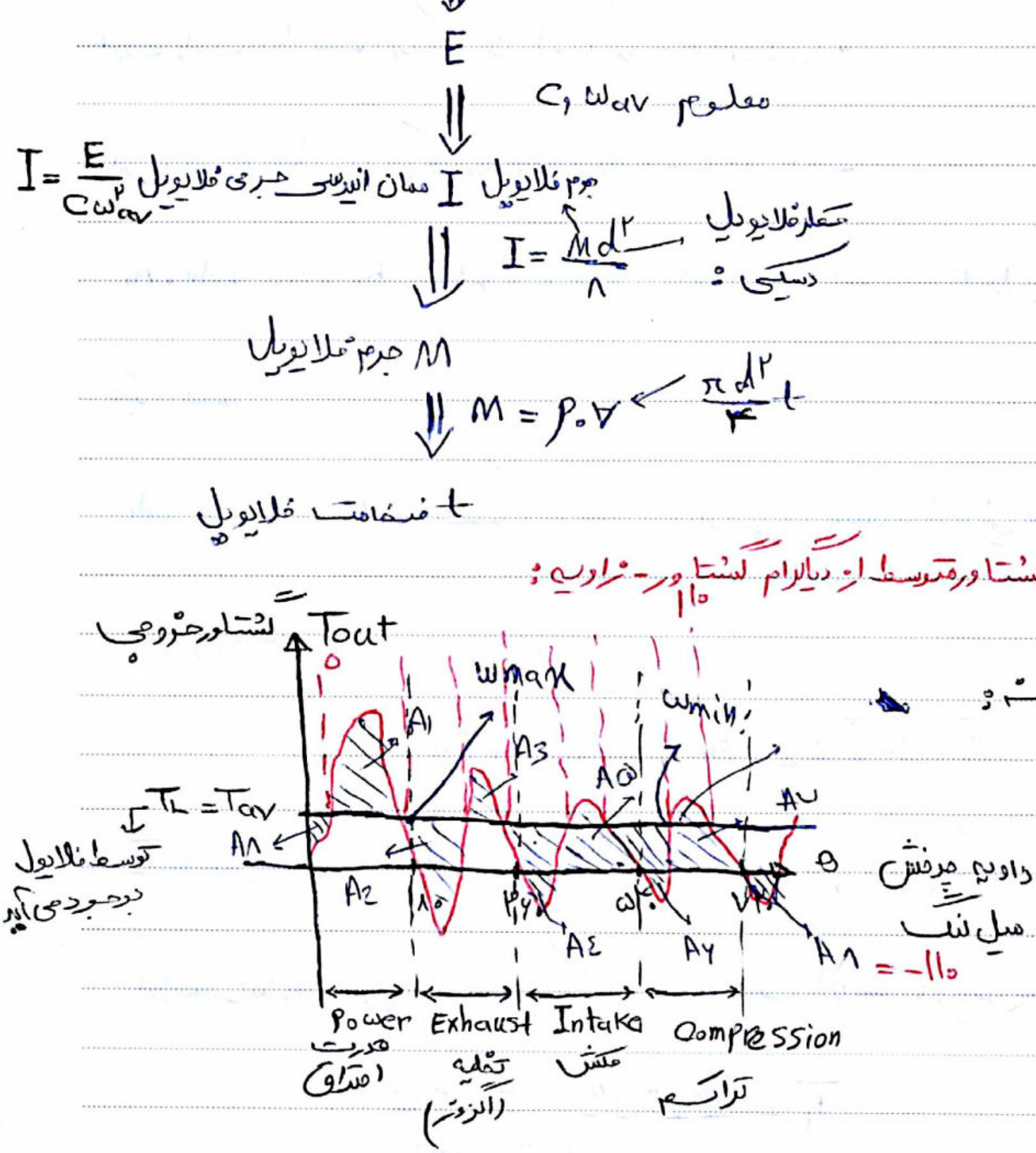
M جرم فلایویل

⇓ $M = \rho \cdot V \leftarrow \frac{\pi d^2}{4} t$

t ضخامت فلایویل

بدست آوردن گشتاور متوسط از دیاگرام گشتاور - زاویه:

موتور چهار زمانه:



$E = A7 - A8 + A1$

Subject
Date

سرعت زاویه ای موتور $= \omega = 1000\,rpm$

قدرت موتور $= ?$ $\quad$ قدرت موتور $= T_L \times \omega$

مساحت های محصور شده بین T_L و T_{out} معرف انرژی است.

انرژی بالای خط ← انرژی که فلایویل می گیرد ← انرژی +

انرژی پایین خط ← انرژی به فلایویل می دهد ← انرژی −

A_1، A_3، A_5، A_7: سطوحی که معرف انرژی هایی است که فلایویل دریافت می کند مثبت هستند.

A_2، A_4، A_6 و A_8: سطوحی که معرف انرژی های هستند به فلایویل پس می دهد و منفی هستند.

مثبت $\quad$ منفی

$$A_1 + A_3 + A_5 + A_7 + A_2 + A_4 + A_6 + A_8 = 0$$

T_L بایستی طوری رسم شود که جمع جبری مساحت ها بالا و پایین آن صفر باشد.

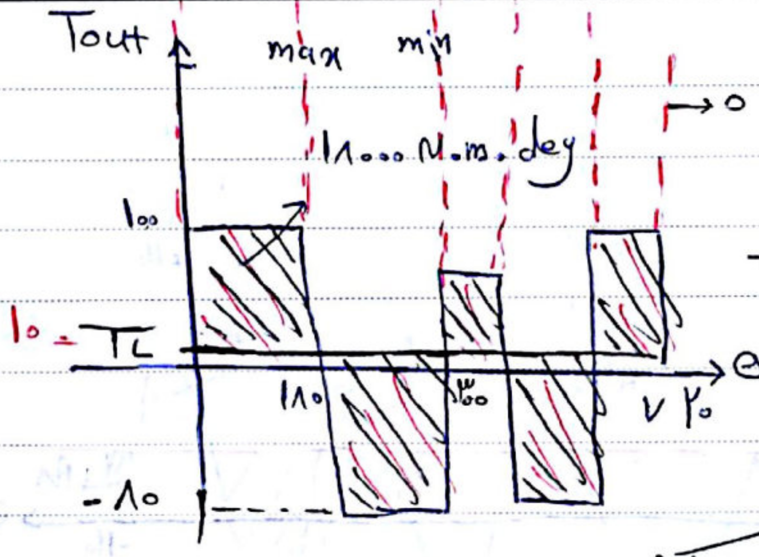
ابتدا مساحت ها بالا و پایین محور θ را بدست آورده مساحت بالا مثبت و پایین منفی

$$T_L = \frac{\text{جمع جبری مساحت بالا و پایین محور } \theta}{\text{کل زاویه} = 720^\circ}$$

PAPCO

$90 \times 180 \leftarrow$ 14400

$120 \times 90 = 10800 \rightarrow 14400 - 10800 = 5400$



حتماً باید صفر شود و اگر صفر نشود T_L را اشتباه کرده ایم

برای بدست آوردن E مراحل زیر را طی می کنیم:

بایستی محل ω_{min} و ω_{max} را پیدا کنیم

۱) از تلاقی T_L و منحنی T_{out} خطوط عمودی رسم می کنیم.

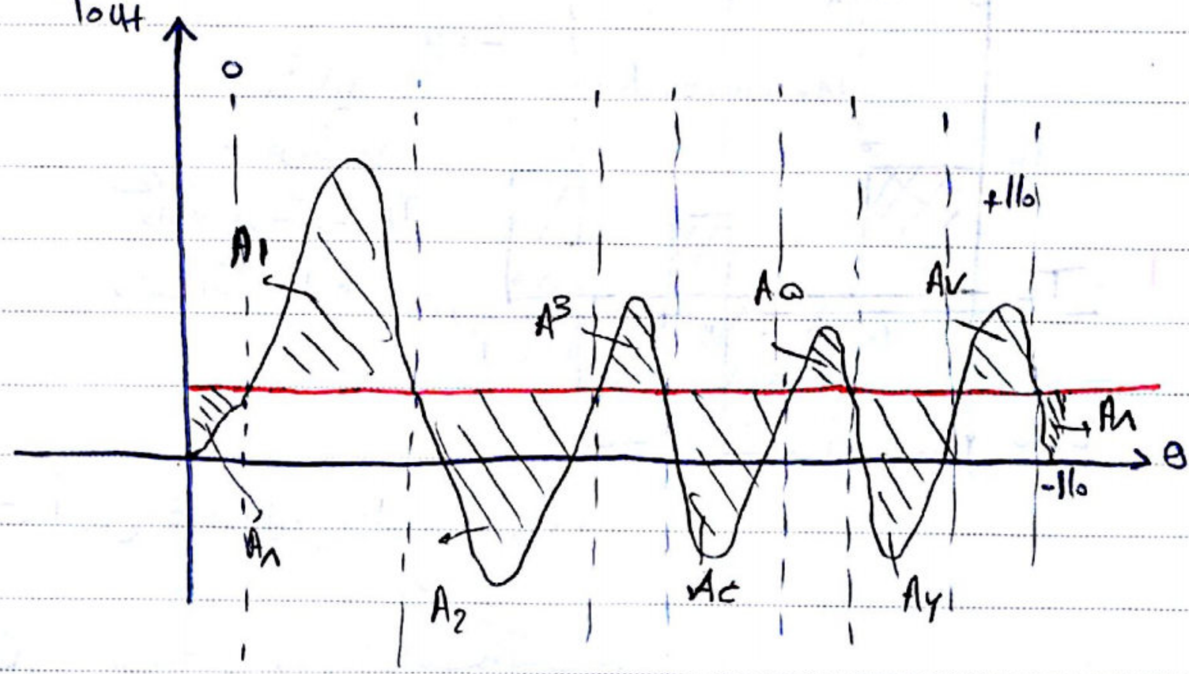
۲) سطح اول را معادل با سطح صفر در نظر گرفته و سطوح دیگر را با اضافه کردن مساحت ها بدست می آوریم

۳) محل کمترین عدد روی سطوح ⇐ محل ω_{min}

محل بیشترین عدد روی سطوح ⇐ محل ω_{max}

۴) E برابر است جمع جبری مساحت ها بین سطح ω_{min} و ω_{max}

Subject
Date



*فصل ۶ – مجموعه چرخ دنده‌ها: مقدمه

مجموعه چرخ دنده عبارت است از مجموعه‌ای متشکل از دو چرخ دنده یکسان یا متفاوت درگیر که به منظور انتقال حرکت از یک یا چند محل به یک یا چند محل دیگر استفاده شود.

گیربکس — دیفرانسیل

مجموع چرخ دنده‌ها:

- عادی: تمام چرخ دنده ها حول محورشان می‌چرخند
- سیاره‌ای (خورشیدی): حداقل یک چرخ دنده وجود دارد که علاوه بر دوران حول محورش نسبت به بازو جابه جا می‌شود به این چرخ دنده سیاره گفته می‌شود

P4PCO

Subject
Date

~~آشنایی با انواع مجموعه چرخ دنده~~

عادی:
- ساده Simple : هر محور شامل یک چرخ دنده فعال است که با سرعت محور دوران می کند.
- مرکب Compound : حداقل دو چرخ دنده هستند که با یک محور و با سرعت آن محور دوران می کنند به این چرخ دنده ها مرکب می گویند

چرخ دنده محرک (Driver Gear): دریافت کننده انرژی از منبع انرژی است یا چرخ دنده راننده دنده ورودی (input) است.

چرخ دنده متحرک (Driven Gear): چرخ دنده ای که حرکت را از محرک دریافت می کند که چرخ دنده خروجی نامیده می شود.

نسبت سرعت (نسبت مجموعه نسبت دنده): (R)

$$R = \frac{\omega_{\text{محرک}}}{\omega_{\text{متحرک}}} = \frac{\omega_{in}}{\omega_{out}}$$

(ω_{in} ← اولی، ω_{out} ← آخری)

* R:
- $R<1$: افزاینده سرعت $\omega_{in} < \omega_{out}$
- $R=1$: بدون تغییر در سرعت $\omega_{in} = \omega_{out}$
- $R>1$: کاهنده سرعت $\omega_{in} > \omega_{out}$

چرخ دنده های درگیر خارجی - درگیر داخلی :

خارجی

تعداد دندانه

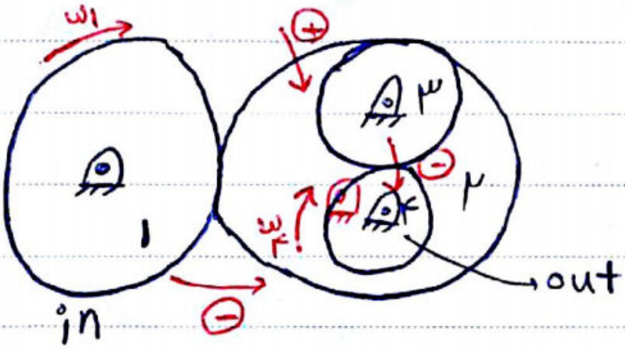
قطر

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{N_2}{N_1} = -\frac{D_2}{D_1} \qquad \frac{\omega_1}{\omega_2} = +\frac{N_2}{N_1} = +\frac{D_2}{D_1}$$

خلاف جهت هم می چرخند

هم جهت می چرخند

نسبت سرعت در مجموعه چرخ دنده عادی (ساده) :



$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{N_2}{N_1} \quad (1)$$

$$\frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{N_3}{N_2} \quad (2) \qquad \frac{\omega_3}{\omega_4} = -\frac{N_4}{N_3} \quad (3)$$

$$(1)\times(2)\times(3) \Rightarrow R = \frac{\omega_1}{\omega_4} = +\frac{N_4}{N_1}$$

در مجموعه چرخ دنده ساده:

* نسبت مجموعه فقط به تعداد دندانه های چرخ دنده های خروجی و ورودی وابسته است.

$$R = \frac{\omega_{Driver}}{\omega_{Driven}} = ? \frac{N_{Driven}}{N_{Driver}}$$

* به چرخ دنده های واسطه هرزگرد گفته می شود (شکل ۲ و ۳) که تعداد دندانه های آن ها

در نسبت مجموعه تأثیری ندارند. ولی از آن های توان برای تغییر جهت چرخ دنده ها و

پرکردن فضای بین ورودی و خروجی استفاده نمود.

برای بدست آوردن علامت از حاصل ضرب علامت های محرک و متحرک استفاده می کنیم

مثلاً: $\ominus \times \oplus \times \ominus = \oplus$

Subject
Date

P4PCO